

계산 복잡도를 줄이기 위한 LDPC 부호의 새로운 복호 방법의 IEEE 802.16e 표준에 적용[†]

*장민호, *신범규, *박우명, *노중선, **전인산
*서울대학교 전기.컴퓨터공학부, **한국전자통신연구원

{mhjang, thethi, ppakoo}@ccl.snu.ac.kr, *jsno@snu.ac.kr, **isjeon@etri.re.kr

Application of New Decoding Algorithm to LDPC Codes in IEEE 802.16e Standards to Achieve Low Computational Complexity

*Min-Ho Jang, *Beomkyu Shin, *Woo-Myoung Park, *Jong-Seon No, and **In San Jeon

*School of EECS, Seoul National University, **SoC Design Research Dept. ETRI

요 약

본 논문은 IEEE 802.16e 표준에서 제시한 효율적인 부호화가 가능한 low-density parity-check (LDPC) 부호에 대하여, 두 가지 대표적인 LDPC 부호의 복호 알고리즘을 기반으로 각각 체크 노드 분할을 이용한 변형된 새로운 복호 방법을 적용하여 수렴 속도 개선을 확인한다. 이는 적은 반복으로 동일한 복호 성능을 보장할 수 있기 때문에, 복호 과정에서 연산의 복잡도를 절반 가량 줄일 수 있는 장점을 갖는다. 또한 IEEE 802.16e 표준에서 제시된 LDPC 부호에 성능과 구현 측면에서 가장 적합한 체크 노드 분할 방법으로 비중복 분할 방법을 제안한다. 새로운 복호 알고리즘은 신뢰할 만한 정보의 복원을 보장하면서도 계산 복잡도를 줄일 수 있다는 의미에서 실제 무선 통신 시스템 환경의 복호기를 구현하는데 유용하게 이용될 수 있다.

I. 서론

1960년대 Gallager [1]에 의하여 제안된 low-density parity-check (LDPC) 부호는 다양한 채널에 대하여 Shannon의 이론적인 한계에 근접하는 우수한 복호 성능을 보인다. 또한 많은 계산량을 필요로 하는 반복 복호의 구현이 최근 비약적인 하드웨어 기술의 발전에 힘입어 상대적으로 용이해지면서 LDPC 부호는 적어도 지난 십여 년간 오류정정부호 분야의 중요한 연구 주제로 주목 받았다. 실제로 LDPC 부호는 통신, 방송, 저장 매체 등 다양한 분야에서 표준으로 제안되어 사용되고 있다.

현재 LDPC 부호에 관련된 다양한 연구는 크게 효율적인 부호화가 가능한 부호의 설계 방법과 복잡도 감소를 위한 복호 방법으로 집약될 수 있다. LDPC 부호의 실용화에 가장 큰 걸림돌이었던 부호화 과정에서 복잡도가 큰 문제점을 해결하려는 노력의 일환으로, 효율적으로 부호화가 가능한 LDPC 부호를 설계하기 위하여 protograph 부호 [2]의 개념을 이용하여 유한 길이를 갖는 블록 형태로 LDPC 부호가 정의되었다. 최근 IEEE 802.16e 시스템 [3]에 채택된 LDPC 부호도 이러한 방식으로 효율적인 부호화가 가능하도록 설계되었다.

대표적인 LDPC 부호의 복호 방법으로 belief propagation (BP) 반복 복호 알고리즘 [4][5]과 min-sum 반복 복호 알고리즘 [6]이 있다. 이러한 반복 복호 과정은 Tanner [7] 그래프를 이용하여 도식적으로 이해할 수 있다. 하지만 반복 복호 방법에서 신뢰할 만한 정보를 복원하기 위해서는 계산 복잡도가 커지게 되므로 구현상 제한 요인이 될 수 있다. 그러므로 복호 과정에서 계산의

복잡도를 감소시킬 수 있다는 의미에서 성능의 수렴 속도를 개선하는 새로운 방법이 필요하다.

본 논문은 체크 노드 분할을 이용한 변형된 반복 복호 방법 [8]을 IEEE 802.16e 표준에 제시된 LDPC 부호에 적용하여 성능의 수렴 속도 개선을 확인한다. 또한 IEEE 802.16e 시스템에 제시된 LDPC 부호에 가장 적합한 체크 노드 분할 방법을 제안한다. 이러한 체크 노드 분할을 이용한 복호 방법은 복호기의 하드웨어 구현이 병렬 처리 방식으로 구현되기 어려운 시스템에서 효과적인 직렬 처리 방식으로 적용될 수 있다. LDPC 부호의 변형된 반복 복호 방법은 계산 복잡도를 줄일 수 있기 때문에 무선 통신 시스템에서 실제 복호기를 구현하는데 사용될 수 있다.

II. 수렴 속도 개선을 위한 복호 방법

우선 수렴 속도 개선을 위한 변형된 반복 복호 방법을 소개하기에 앞서 알고리즘의 이해를 돕기 위하여 기존의 belief propagation (BP)와 min-sum approximation (MSA) 반복 복호의 개념을 간략하게 설명한다. LDPC 부호의 대표적인 두 가지 복호 방법과 관련된 보다 세부적인 내용은 [5]와 [6]을 참고한다.

반복 복호 방법은 LDPC 부호의 그래프를 구성하는 변수 노드와 체크 노드가 메시지를 반복적으로 교환하는 일련의 갱신 연산을 통하여 오류를 정정하는 알고리즘이다. 편의상 BP 복호 과정에서 모든 메시지는 log-likelihood ratios (LLRs) 값을 사용한다. 그러면 임의의 노드에 대하여, 각각의 출력 메시지는 그 메시지가 전달될 노드로부터 들어오는 하나의 선 (edge)을 제외한 모든 유입 메시지들의 함수로 나타낼 수 있다. 보다 구체적으로 변수 노드의 경우에 이 함수는 유입 메시지들의 합의 형태로 단순하게 표현되지만, 체크

[†] 본 연구는 교육인적자원부, 산업자원부, 노동부의 출연금으로 수행한 최우수실험실 지원사업과 정보통신부의 출연금으로 수행한 한국전자통신연구원 과제에 연구 결과입니다.

노드에서는 출력 메시지가 \tanh 함수의 곱의 형태로 비교적 복잡한 연산을 포함하게 된다. 그러므로 BP 알고리즘에서 체크 노드 갱신 연산은 실제 무선 통신 시스템에서 쉽게 구현되기 어렵다. 이러한 계산 복잡도 문제를 해결하기 위하여 MSA 복호 알고리즘이 제안되었다. 이는 기본적으로 BP 반복 복호 방법과 그 복호 과정이 거의 유사하며, 유일한 차이점은 체크 노드 갱신 연산을 근사화 기법을 통하여 단순화 시키는데 초점을 두었다는 사실이다. 결과적으로 복호 시 성능 열화를 거의 보이지 않으면서도, 복호 복잡도에 가장 큰 영향을 미치는 체크 노드 갱신 연산을 단순화하여 계산 복잡도를 상당 부분 줄일 수 있다.

2.1 수렴 속도 개선을 위한 복호 알고리즘

이제, 수렴 속도 개선을 위한 변형된 메시지 전달 반복 복호 알고리즘 [8]에 대하여 살펴보자. 기존의 반복 복호 알고리즘에서 각각의 반복은 두 단계로 세분화할 수 있다. 이는 모든 변수 노드에서 메시지를 갱신하여 각각의 체크 노드로 전달되는 과정과 모든 체크 노드에서 메시지를 갱신하여 각각의 변수 노드로 전달되는 과정으로 이루어진다. 이때 각 과정에서 모든 연산은 동시에 수행된다.

편의를 위하여, 변형된 새로운 복호 알고리즘에서 체크 노드가 p 개의 부분 집합으로 분할된다고 가정하자. 그러면 모든 변수 노드에서 첫 번째 부분 집합 내의 체크 노드들로 향하는 메시지들이 갱신되고, 뒤를 이어 첫 번째 부분 집합 내의 체크 노드들에서 이웃한 변수 노드들로 메시지들이 갱신된다. 이상의 일련의 과정이 체크 노드들로 구성되어 있는 첫 번째 부분 집합에 대하여 한 번의 반복에 해당한다. 이제 남아있는 $p-1$ 개의 체크 노드 부분 집합에 대하여 동일한 과정을 연속적으로 적용한다. 이 과정이 p 개의 부분 집합에 대하여 모두 수행되면 복호의 전체적인 한 번의 반복이 완료된다. 다시 말해서, 한 번의 반복은 모든 변수 노드들과 체크 노드들로 구성되어 있는 모든 부분 집합들에 대한 직렬 메시지 갱신과 전달을 의미한다. 그러므로 새로운 알고리즘에서 한 번의 반복에 대한 계산량은 명백히 기존의 복호 알고리즘의 계산량과 동일하다. 결국 새로운 복호 알고리즘을 적용하여 성능의 수렴 속도가 개선된다는 사실을 확인하면, 같은 성능에 도달하기 위하여 보다 적은 반복 횟수가 필요하다는 것을 의미하기 때문에 계산 복잡도를 줄일 수 있다.

2.2 체크 노드 분할 방법

앞서 설명한 복호 알고리즘에서 체크 노드 부분 집합을 설정하는 방법에 따라서 성능의 수렴 속도가 영향을 받는다. 여기서는 복호 시 수렴 속도를 개선하기 위한 효율적인 체크 노드 분할 방법에 대하여 설명한다. 가장 단순하게 생각해 볼 수 있는 방법은 체크 노드의 부분 집합들에 속하는 노드의 개수가 모두 동일하도록 체크 노드를 앞에서부터 순차적으로 나누는 것이다. 이를 순차 분할 (sequential partitioning)이라고 부른다.

우리는 효율적인 체크 노드 분할 방법으로 비중복 분할 (non-repetition partitioning) 방법을 제안한다. LDPC 부호의 패리티 검사 행렬에서 행 치환은 부호 자체의 특성을 바꾸지 않는다. 그러므로 패리티 검사 행렬의 행 순서는 임의로 교환이 가능하다. 이 사실을 이용하여 다음의 체크 노드 부분 집합의 분할 기준에 따라 원래의 부호와 동일한 특성을 갖는 패리티 검사 행렬을 생성할 수 있다. 체크 노드 분할 기준은 행들로 구성된 동일한

체크 노드 부분 집합 내에서, 각각의 열이 한 개 이하의 '1' 성분을 포함하도록 분할하는 것이다. 즉, 어떠한 체크 노드 부분 집합에 속한 선들에 의하여 연결된 변수 노드들이 그 체크 노드 부분 집합에 두 개 이상 연결되지 않도록 분할하는 방법이다. 이때 각각의 체크 노드 부분 집합 내의 체크 노드의 개수가 동일할 필요는 없으며, 구현의 편의를 위하여 분할 기준을 만족하면서 가능한 적은 수의 체크 노드 부분 집합을 가지도록 설정한다.

이러한 체크 노드 분할 기준을 설정한 이유에 대하여 살펴보자. 동일한 반복 횟수에 대하여, 어떤 체크 노드 부분 집합에 속해있는 체크 노드로부터 변수 노드로 갱신한 메시지는 연속적으로 그 변수 노드에서 다른 부분 집합에 속해있는 이웃한 체크 노드로 갱신된 메시지를 보내게 된다. 새로운 복호 알고리즘에서 이 동일 반복에 대하여 내부적으로 갱신된 메시지가 성능의 수렴 속도를 개선하는 요인이라고 할 수 있다. 그러므로 동일한 반복 횟수에 대하여 가능한 많은 내부 갱신 메시지가 LDPC 부호에 대응하는 그래프를 따라서 전파되기 위해서 체크 노드 부분 집합에 속한 선에 의하여 연결된 각각의 변수 노드들이 그 체크 노드 부분 집합에 한 개의 선만 연결되도록 분할 기준을 설정하는 것이 최적이라는 사실을 알 수 있다.

III. 모의 실험 결과 및 분석

이 장에서 체크 노드 분할을 이용한 변형된 반복 복호 방법을 IEEE 802.16e 표준 [3]에 제시된 LDPC 부호에 적용하여 성능의 수렴 속도 개선을 확인한다. 모의 실험은 additive white Gaussian noise (AWGN) 채널 환경에서 최대 반복 횟수를 50 번으로 제한하여 수행하였다.

94	73					55	83			7	0								
27				22	79	9				12	0	0							
		24	22	81	33					0		0	0						
61	47					65	25					0	0						
		39			84		41	72					0	0					
			46	40	82			79	0				0	0					
			95	53				14	18					0	0				
11	73				2			47							0	0			
12			83	24	43			51							0	0			
			94	59				70	72							0	0		
		7	65				39	49									0	0	
43				66	41			26	7									0	

그림 1. IEEE 802.16e 표준에 제시된 부호율 1/2 인 LDPC 부호의 패리티 검사 행렬

그림 1 은 IEEE 802.16e 표준에 제시된 부호율이 1/2 인 LDPC 부호에 대하여 protograph 부호의 개념을 이용하여 블록 형태로 정의된 패리티 검사 행렬을 나타낸다. 이동값이 병기된 각각의 블록은 $z \times z$ 항등 행렬을 그 값만큼 우 순환 이동 (circular right shift)시킨 행렬을 의미하고, 빈 블록은 $z \times z$ 영 행렬을 나타낸다. 그러므로 z 값에 따라 이동값을 변화시키는 표준상에 제시된 규칙을 적용하여 다양한 부호 길이를 갖는 LDPC 부호를 정의할 수 있다.

이상의 LDPC 부호에 체크 노드 부분 집합의 개수가 6 인 순차 분할을 적용할 경우, 그림 1 의 12×24 행렬에서 (1,2), (3,4), (5,6), (7,8), (9,10), (11,12)-번째 행에 해당하는 모든 체크 노드를 각각의 부분 집합으로 설정하여 순차적으로 새로운 복호 알고리즘을 수행한다.

또한 보다 수렴 속도를 개선하기 위하여 비중복 분할 방법을 적용하여 체크 노드를 나누어보자. 이는 그림 1의 행렬에서 (1,10), (2,11), (3,5), (4,6), (7,9), (8,12)-번째 행에 대응하는 모든 체크 노드를 각각의 부분 집합으로 설정하면 된다.

우선 체크 노드 분할 방법으로 제시한 순차 분할과 비중복 분할을 적용한 새로운 복호 방법의 성능 결과를 비교해 보자. 그림 2는 부호율이 1/2 이고 길이가 2304 인 LDPC 부호에 대하여 체크 노드 부분 집합의 개수 p 를 1 (기존 BP), 2, 6 으로 설정하여 순차 분할을 이용한 방법과 비중복 분할을 이용한 방법의 frame error rate (FER) 성능을 보여준다.

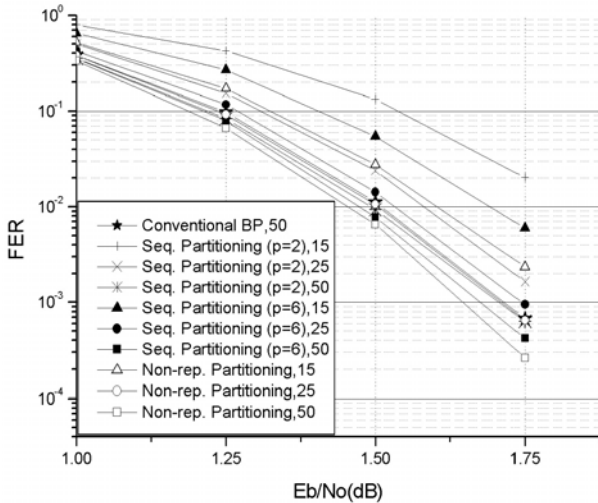


그림 2. 부호율이 1/2 이고 길이가 2304 인 LDPC 부호에 대한 순차 분할과 비중복 분할 방법을 적용하였을 때, 각 반복 횟수에 따른 FER 성능

순차 분할의 경우 p 가 커질수록 수렴 속도가 개선되는 것을 확인할 수 있다. 하지만 p 가 커질 경우 latency 문제로 실제적 구현에 제한을 받는다. 그러므로 $p=1152$ (체크 노드의 최대 개수)를 갖는 순차 분할 방법의 성능에 접근하면서도 6 개의 체크 노드 부분 집합만을 갖는 비중복 분할 방법이 성능과 구현 측면을 동시에 고려할 때 가장 적합하다. 그림 2에서 비중복 분할 방법의 경우 적은 반복 횟수에서 특히 성능 개선 효과가 크다는 사실을 확인할 수 있다.

이제 비중복 분할 방법을 이용하여 체크 노드를 분할한 변형된 복호 알고리즘을 IEEE 802.16e 표준에 제시된 다양한 길이와 부호율을 갖는 LDPC 부호에 적용하여 성능의 수렴 속도 개선을 확인해보자.

우선 BP 알고리즘과 이를 기반으로 변형된 새로운 복호 방법에 대한 성능 결과를 비교한다. 그림 3, 4, 5는 다양한 부호 길이에 대하여 각각 부호율이 1/2, 2/3A, 그리고 3/4A 인 LDPC 부호의 FER 성능 결과를 나타낸다.

그림 3, 4, 5로부터 모든 부호율과 길이에 대하여 체크 노드 분할을 이용한 복호 방법의 25 회 반복의 성능이 기존 복호 방법의 50 회 반복의 성능과 유사함을 확인할 수 있다. 두 방법 모두 한 번의 반복에 필요한 복호 연산량이 같기 때문에, 동일한 복호 성능을 보장하면서도 연산의 복잡도는 절반 정도 줄어든다는 사실을 알 수 있다.

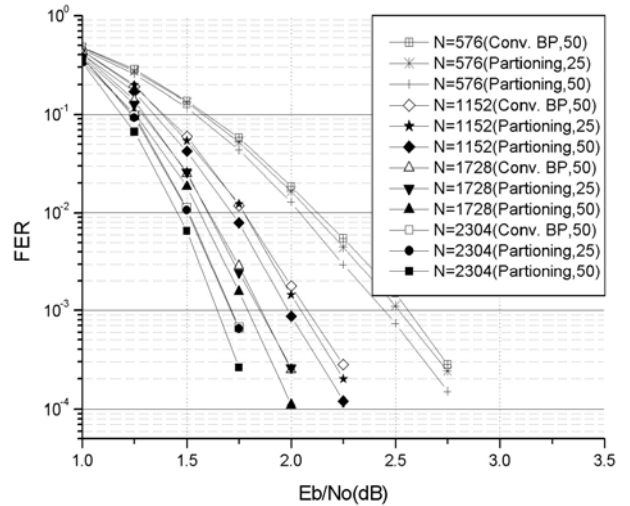


그림 3. 부호율이 1/2 인 부호에 체크 노드 분할을 이용한 복호 방법을 적용하였을 때, 각 반복 횟수에 따른 FER 성능

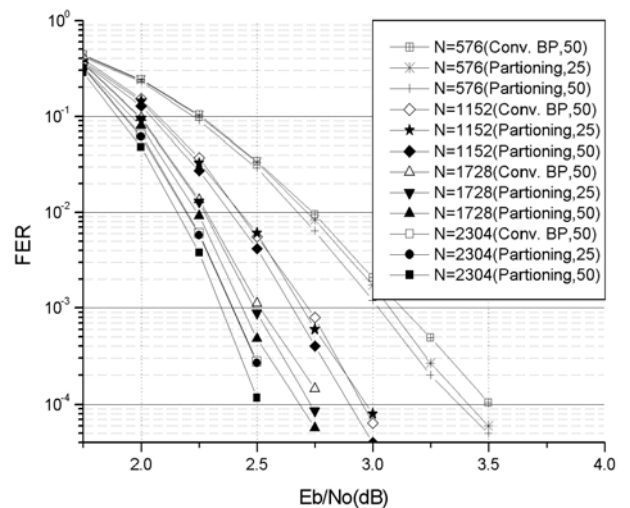


그림 4. 부호율이 2/3 인 A 부호에 체크 노드 분할을 이용한 복호 방법을 적용하였을 때, 각 반복 횟수에 따른 FER 성능

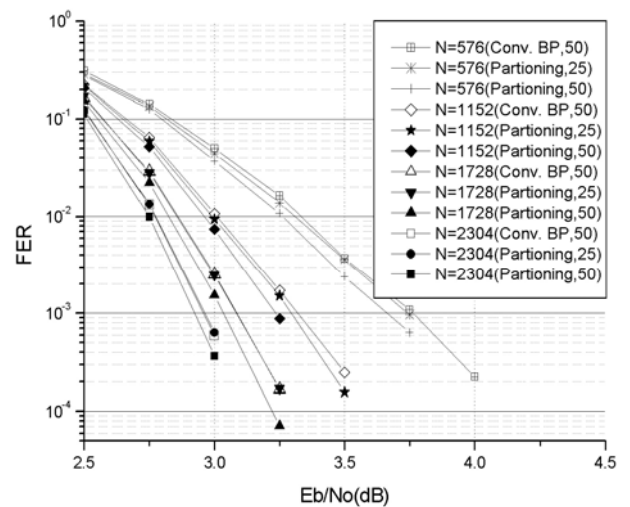


그림 5. 부호율이 3/4 인 A 부호에 체크 노드 분할을 이용한 복호 방법을 적용하였을 때, 각 반복 횟수에 따른 FER 성능

이상으로 체크 노드 분할을 이용하여 BP 알고리즘을 기반으로 변형된 복호 방법이 LDPC 부호의 수렴 속도를 개선한다는 사실을 확인하였다. 다음으로 체크 노드 갱신 연산을 단순화한 MSA 알고리즘과 이를 기반으로 변형된 새로운 복호 방법의 수렴 속도를 비교해 보자. 비교 대상으로 각 부호율에서 MSA 알고리즘의 성능 결과를 사용하기 위하여 전수 모의 실험을 통하여 최적의 정규화 상수 γ 와 오프셋 상수 β 를 결정하였다 (표 1).

표 1. MSA 복호 시 최적의 $\gamma(=1/\alpha)$ 와 β 값

	γ	β
Rate 1/2	0.83	0.43
Rate 2/3(A)	0.82	0.44
Rate 3/4(A)	0.76	0.46

표 1의 최적의 상수 값 γ 와 β 를 사용한 MSA 복호 방법이 비교적 단순한 체크 노드 갱신 연산을 이용하여 계산 복잡도를 줄이는 동시에 성능 측면에서도 BP 복호 방법과 비교하여 0.1dB 내로 근접함을 확인할 수 있었다. 특히 최적의 γ 혹은 β 값을 선택한 경우 동일한 부호율과 길이의 LDPC 부호에서 서로 유사한 성능을 보였다. 그러므로 여기서는 정규화 상수 γ 를 사용한 성능 그래프만을 제시한다.

이제 최적의 γ 값에 의하여 개선된 MSA 복호 알고리즘에 체크 노드 분할을 이용한 변형된 복호 방법을 적용해보자. 이때 체크 노드 분할 방법은 마찬가지로 비중복 분할 방법을 이용한다. 그림 6은 부호율이 1/2인 LDPC 부호의 FER 성능을 보여준다.

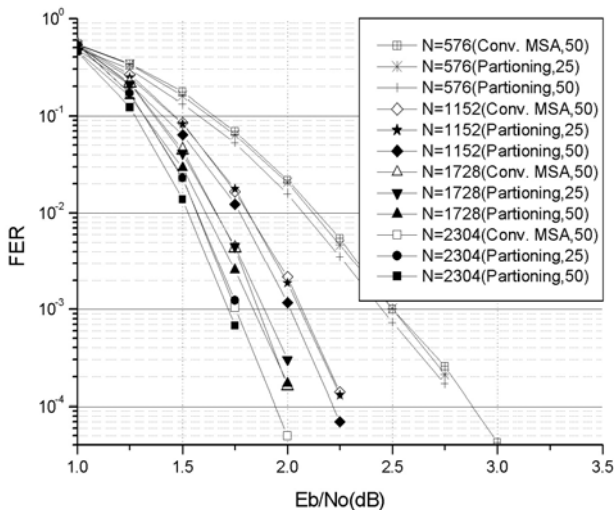


그림 6. 부호율이 1/2인 LDPC 부호에 대하여 최적의 γ 에 의하여 개선된 MSA 복호 알고리즘에 체크 노드 분할을 이용한 복호 방법을 적용하였을 때, 각 반복 횟수에 따른 FER 성능

그림 6에서 최적의 γ 에 의하여 개선된 MSA 복호 알고리즘에 체크 노드 분할 방법을 적용한 25회 반복의 FER 성능이 기존 최적의 γ 값에 의한 MSA 복호 방법의 50회 반복 성능과 거의 유사함을 확인할 수 있다. 이러한 결과 양상은 부호율이 각각 2/3A와 3/4A이고 다양한 부호 길이를 갖는 LDPC 부호에 대하여서도 관측되었다. 결국 BP 알고리즘에 체크 노드 분할을 적용한 방법과 유사한 수렴 속도 개선의 경향성을

보여준다.

결론적으로 BP 알고리즘과 MSA 알고리즘에 공히 비중복 분할 방법으로 체크 노드 분할을 이용한 새로운 복호 방법을 적용하였을 때, 성능의 수렴 속도가 FER과 BER 견지에서 모두 개선됨을 확인할 수 있다. 그러므로 동일한 복호 성능을 보장하면서도 복호 과정에서 연산의 복잡도를 절반 가량 줄일 수 있는 장점을 갖는다.

IV. 결론

본 논문에서는 IEEE 802.16e 표준에서 제시한 효율적인 부호화가 가능한 LDPC 부호에 대하여, 두 가지 대표적인 LDPC 부호의 복호 알고리즘 (BP와 MSA)을 기반으로 각각 체크 노드 분할에 의한 새로운 복호 방법을 적용하여 수렴 속도의 개선을 확인하였다. 그러므로 적은 반복으로 동일한 복호 성능을 보장할 수 있기 때문에, 복호 과정에서 연산의 복잡도를 절반 가량 줄일 수 있는 장점을 갖는다. 또한 IEEE 802.16e 시스템에 성능과 구현 측면에서 가장 적합한 체크 노드 분할 방법으로 비중복 분할 방법을 제안하였다. 체크 노드 분할을 이용한 복호 방법은 복호기의 하드웨어 구현이 완전하게 병렬 처리 방식으로 구현되기 어려운 시스템에서 효과적인 직렬 처리 방식으로 고려될 수 있다. 이는 신뢰할 만한 정보의 복원을 보장하면서도 계산 복잡도를 줄일 수 있다는 의미에서 실제 무선 통신 시스템 환경의 복호기를 구현하는데 유용하게 이용될 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] R. G. Gallager, *Low-Density Parity-Check Codes*, Cambridge, MA: MIT Press, 1963.
- [2] J. Thorpe, "Low-density parity-check (LDPC) codes constructed from protograph," *IPN Progress Report*, 42-154, JPL, Aug. 2003.
- [3] IEEE 802.16 Working Group, "Part 16: Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems," *IEEE P802.16e/D8*, May 2005.
- [4] Frank R. Kschischang, Brendan J. Frey, and Hans-Andrea Loeliger, "Factor graphs and the sum-product algorithm," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 533-547, Feb. 2001.
- [5] T. J. Richardson and R. L. Urbanke, "The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 599-618, Feb. 2001.
- [6] J. Chen, A. Dholakia, E. Eleftheriou, M. P. C. Fossorier, and X. -Y Hu, "Reduced-complexity decoding of LDPC codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 8, pp. 1288-1299, Aug. 2005.
- [7] R. Tanner, "A recursive approach to low complexity codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 27, no. 5, pp. 533-547, Sept. 1981.
- [8] Sunghwan Kim, Min-Ho Jang, Jong-Seon No, Song-Nam Hong, and Dong-Joon Shin, "Sequential message passing decoding of LDPC codes by partitioning check nodes," *submitted to IEEE Trans. Commun.*, Sept. 2004.