

# OFDM 시스템의 PAPR 감소를 위한 적응적 TR 기법에 관한 연구

임대운                      노형석                      허석중                      노종선                      신동준  
동국대학교                      서울대학교                      서울대학교                      서울대학교                      한양대학교

dwlim01@dongguk.edu imeanu@ccl.snu.ac.kr hsjbest@ccl.snu.ac.kr jsno@snu.ac.kr djshin@hanyang.ac.kr

## Adaptive TR Scheme for PAPR Reduction in OFDM System

Dae-Woon Lim                      Hyung-Suk Noh                      Seok-Joong Heo                      Jong-Seon No                      Dong-Joon Shin  
Dongguk Univ.                      Seoul Natl. Univ.                      Seoul Natl. Univ.                      Seoul Natl. Univ.                      Hanyang Univ.

### 요약

본 논문은 직교 주파수 분할 다중 반송파 (OFDM; orthogonal frequency division modulation) 시스템의 최대 전력 대 평균 전력 비율 (PAPR; peak to average-power ratio)을 감소하기 위한 톤 예약 기법 (TR; tone reservation)에서 최고 줄임 톤 (PRT; peak reduction tone) 집합을 적응적으로 적용하는 새로운 방법을 제안한다. TR 기법은 PRT 집합의 크기가 커질수록 PAPR 감소 성능이 뛰어난 역관계가 존재한다. OFDM 신호의 PAPR을 감소시키기 위해서는 높은 톤 비율을 적용해서 많은 톤을 PRT로 선택해서 PAPR을 감소시키면 데이터 전송 효율이 떨어진다. 본 논문은 크기가 서로 다른 PRT 집합을 미리 선택한 후 적응적으로 TR 기법에 적용하는 방법을 제안하고, 제안한 기법의 성능을 모의실험을 통하여 분석한다.

### 1. 서론

직교 주파수 분할 다중 반송파 (OFDM; orthogonal frequency division multiplexing) 시스템은 다중 경로 페이딩 (multi path fading) 환경에서 효율적인 고속 데이터 전송이 가능하기 때문에 차세대 무선 통신 시스템의 표준으로 각광받고 있다. 다중 반송파 시스템은 주파수 선택적 채널에서 단일 반송파 시스템보다 좋은 성능을 보인다고 알려져 있다. 그러나 일반적인 주파수 분할 다중화 방법은 주파수 효율이 저하 되는데, OFDM을 이용하면 주파수 효율을 높일 수 있다.

OFDM 시스템은 시간 영역 신호의 최대 전력 대 평균 전력 비율 (PAPR; peak to average power ratio)이 크다는 단점이 있다. 이렇듯 PAPR이 큰 신호는 비선형 고전력 증폭기 통과하면서 송신 신호가 왜곡 된다. 이로 인하여 대역내 왜곡 (in-band distortion)과 대역외 방사 (out of band radiation)가 발생한다.

이런 문제점을 줄이기 위해서 고전력 증폭기가 선형구간에서 동작하도록 제한하는데 이로 인하여 고 전력 증폭기의 효율이 매우 감소된다. 최근에 OFDM 신호의 PAPR을 줄이기 위한 많은 연구들이 진행되었다. 상용화된 시스템에서 가장 널리 사용되는 클리핑 기법은 OFDM 신호의 PAPR을 정해진 임계 값 이하로 줄이기 위해 신호의 크기를 제한한다. 하지만 클리핑은 대역내 외과와 대역외 방사가 발생한다[1]. 선택사상기법[2]은 입력 데이터에 여러 순열을 곱해서 낮은 PAPR을 갖는 신호를 선택한다. 하지만 이 곱하는 순열의 개수를 증가시켜도 PAPR의 감소가 크지 않은 단점이 있다.

톤예약 (TR; tone reservation)[3][4]기법으로 PAPR을 감소하는 방

법이 Tellado에 의해 제안되었다. 이 방법은 일부의 톤(부반송파)을 사용하지 않고 예약해서 반복적으로 신호의 첨두치 크기를 줄인다. TR 기법에서는 사용하는 예약된 톤의 수가 증가할수록 PAPR 감소 성능도 증가한다. 즉 최고 줄임 톤 (PRT; peak reduction tone) 집합에 포함된 톤의 수를 증가시키면 신호의 큰 첨두치를 줄일 수 있다. 하지만 예약된 톤의 수를 증가시키면 그만큼 데이터 전송을 위한 부반송파의 수가 줄어들어 데이터 전송 효율이 떨어진다. OFDM 신호의 PAPR분포를 상보 누적함수 (CCDF; complementary cumulative distribution function)를 통해 살펴보면 큰 PAPR을 갖는 OFDM 신호는 매우 낮은 확률로 생성됨을 알 수 있다. 전체 입력 심볼 시퀀스 중에 상당 부분은 PAPR이 처음부터 작기 때문에 이 경우에는 첨두치의 크기를 감소할 필요가 없거나 또는 적은 크기의 PRT 집합만을 사용하여 첨두치를 줄일 수 있다. 기존의 TR 기법은 OFDM 신호의 PAPR 값에 상관없이 고정된 크기의 PRT 집합을 사용한다. 하지만 PAPR이 큰 OFDM 신호가 상대적으로 적게 발생한다는 점을 감안하면 기존의 방법은 PRT 집합을 비효율적으로 사용하고 있다고 할 수 있다. 본 논문은 OFDM 신호의 PAPR 값에 따라서 크기가 다른 PRT 집합을 적응적으로 선택함으로써 PAPR 감소 성능을 향상 시키고 전송 효율을 증가 시키는 새로운 TR 기법을 소개한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기존의 TR 기법을 살펴보고 3장에서는 크기가 다른 PRT 집합을 선택적으로 사용하는 적응적 TR 기법을 제안한다. 4장에서는 모의실험을 통해 제안된 방법의 성능을 분석하고, 5장에서 본 논문의 결론을 내린다.

## 2. Tone Reservation 기법

$N$ 개의 톤 또는 부반송파를 사용하는 OFDM 시스템에서 입력 심볼 시퀀스  $\mathbf{A}=[A_0A_1 \cdots A_{N-1}]^T$ 에 대하여 이산 시간  $t$ 에서 OFDM 송신 신호 시퀀스  $\mathbf{a}=[a_0a_1 \cdots a_{N-1}]^T$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$a_t = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{j2\pi \frac{n}{N}t}, 0 \leq t \leq N-1 \quad (1)$$

OFDM 신호의 PAPR은 다음과 같이 최대 전력과 평균 전력의 비율로 정의된다.[2]

$$\text{PAPR}_a = \frac{\max_{0 \leq t \leq N-1} |a_t|^2}{E[|a_t|^2]} \quad (2)$$

여기서  $E[x]$ 는  $x$ 의 기대값을 의미한다.

TR 기법은 전체 톤을 데이터 전송을 위한 톤과PAPR을 감소하기 위한 PRT로 구분하여 사용한다[3]. 즉 PRT는 데이터를 전송하는 목적으로는 사용되지 않는다는 것을 의미한다. TR 기법에서는 데이터 신호의 PAPR을 감소시키기 위해서 PRT에 적절한 값을 할당하여 PAPR 감소 신호를 생성하고 이를 데이터 신호와 합하여 전송한다. 데이터 전송을 위한 톤에는 일정한 성좌를 이용해서 데이터 심볼을 할당하지만 PRT에는 임의의 값을 갖는 심볼을 할당한다.  $N$ 개의 톤을 사용하는 경우 전체 심볼들의 위치는 집합  $N = \{0,1,\dots,N-1\}$ 으로 나타내고  $M$ 개의 PRT의 위치를  $\mathbf{R} = \{i_0, i_1, \dots, i_{M-1}\}$ 로 나타낸다.  $\mathbf{R}^C$ 가  $\mathbf{R}$ 의 여집합을 의미할 때 입력 심볼  $A_n$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$A_n = X_n + C_n = \begin{cases} C_n, & n \in \mathbf{R} \\ X_n, & n \in \mathbf{R}^C \end{cases} \quad (3)$$

여기서  $X_n$ 은 데이터 심볼을 나타내고  $C_n$ 은 PRT에 할당되는 심볼을 나타낸다. 이들을 각각 역푸리에 변환을 해서  $x_t$ 와  $c_t$ 를 얻는다. 푸리에 변환은 선형 변환이기 때문에 OFDM 신호  $a_t$ 는 데이터 신호  $x_t$ 와 PAPR을 감소하기 위한 신호  $c_t$ 의 합으로 이루어진다. 주파수 영역 커널  $\mathbf{P}=[P_0, P_1, \dots, P_{N-1}]^T$ 는  $n \in \mathbf{R}^C$ 에 대해서  $P_n = 0$ 이고  $n \in \mathbf{R}$ 인 경우에는  $P_n \neq 0$ 인 특징을 갖는다.  $\mathbf{P}$ 를 역푸리에 변환 후 정규화해서 시간 영역 커널  $\mathbf{p}$ 를 얻는다. 이 신호를 저장해두고 매 반복시마다 참조한다.

그림 1은 시간 영역 커널  $\mathbf{p}$ 를 이용해 OFDM 신호의 PAPR을 반복적으로 감소시키는 TR 기법을 보여준다.  $\mathbf{x}^l$ 는  $l$ 번째 반복후의 OFDM 신호이고,  $l$ 번째 반복에서 더해지는 PAPR 감소 신호  $\mathbf{c}^l$ 와 전송 신호  $\mathbf{x}^l$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^l &= \alpha_l \mathbf{p}_{(n_l)} \\ \mathbf{x}^l &= \mathbf{x}^{l-1} + \mathbf{c}^l \end{aligned} \quad (4)$$

$\mathbf{p}_{(n_l)}$ 는  $\mathbf{p}$ 를  $n_l$ 만큼 원순환 한 신호이고,  $\alpha_l$ 는  $l$ 번째 반복에서 첨두치

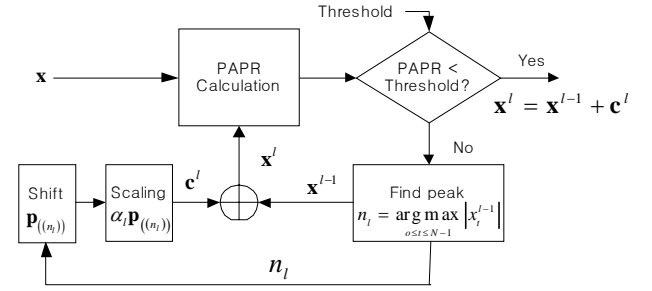


그림 1. Tone Reservation 기법.

를 줄이도록 결정된 계수값이며 미리 설정한 임계치와 현재의 첨두치 값으로부터 결정된다. 푸리에 변환의 기본 성질에 의하면 시간 영역 신호의 원순환은 주파수 영역에서의 선형 위상 회전과 같다. 즉 주파수 영역에서 크기가 0인 심볼은 시간 영역에서의 원순환 이후에도 계속 0으로 남는다는 것을 의미한다. 원순환 거리  $n_l$ 은 다음과 같이 결정된다.

$$n_l = \arg \max_{0 \leq t \leq N-1} |x_t^{l-1}| \quad (5)$$

현재의 첨두치를 줄이는  $\alpha_l$  값으로 인해 다른 표본의 크기가 원래의 첨두치보다 더 커질 수도 있다. 이런 문제는 매 반복시마다 가장 작은 첨두치를 갖는 OFDM 신호를 저장하는 방법으로 해결한다.

PAPR 감소 성능은 시간 영역 커널  $\mathbf{p}$ 의 형태에 의해 좌우된다.  $\mathbf{p}$ 가 하나의 첨두치만을 갖는 단위 충격 함수(unit impulse function)일 때 PAPR 감소 성능이 가장 좋다. 단위 충격 함수는 한 위치에서 하나의 값만 변경시키고 다른 위치의 값들에 영향을 주지 않는다. 하지만  $\mathbf{p}$ 를 단위 충격 함수의 형태로 만들기 위해서는  $\mathbf{P}$ 의 모든 위치에 같은 값을 할당해야 한다. 이런 경우에는 데이터 전송을 할 수 없다. 일반적으로 PRT의 비율은 전체 부반송파 개수의 15%를 넘지 않게 선택하고 이차 첨두치가 가능한 작도록 설계한다[5].

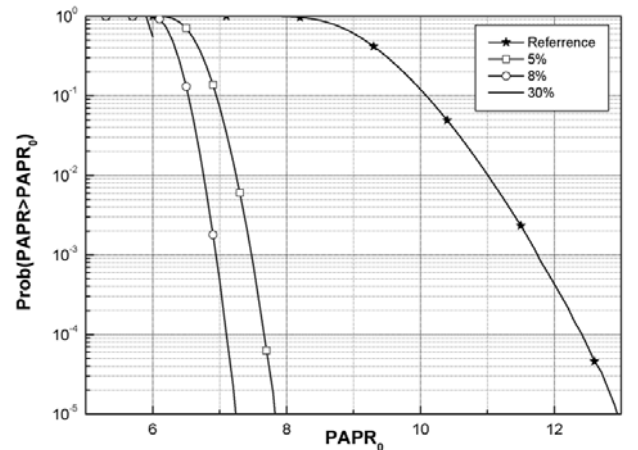


그림 2.  $N = 1024$  OFDM 신호의 TR 기법의 PAPR CCDF.

그림 2는 서로 다른 PRT 비율(5%, 8%, 30%)을 이용한 TR 기법의 CCDF를 나타낸다. 사용된 부반송파는 1024개이고 16-QAM 으로 변조하였다. 4배 과표본화해서 아날로그 신호의 PAPR을 표현하였다[6]. 사용된 최대 반복횟수는 40회이고 목표 임계치는 6.0 dB이다.

### 3. 적응적 TR 기법

그림 2에서 보듯이 OFDM 신호의 PAPR 분포곡선을 살펴보면 큰 PAPR을 보이는 신호는 낮은 확률로 존재함을 알 수 있다. 이렇게 낮은 확률로 존재하는 큰 첨두치를 감소시키기 위해 많은 톤을 예약하는 것은 전체 데이터 전송률을 낮춘다는 면에서 비효율적이다. 따라서 다음과 같은 두 가지 PRT 집합, PRT 1과 PRT 2를 정의해서 신호의 PAPR 특성에 따라 선택한다.

$$P_{n,m} = \begin{cases} 1, & n \in \mathbf{R}_m \\ 0, & n \in \mathbf{R}_m^c \end{cases} \quad (6)$$

$$0 \leq n \leq N-1$$

$$|\mathbf{R}_1| = w_1, |\mathbf{R}_2| = w_2 \quad (7)$$

$\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ 는 각각 PRT 1과 PRT 2가 정의된 영역이다. 데이터는  $\mathbf{R}^C$ 의 위치에 할당한다.  $\mathbf{R}_1 \subset \mathbf{R}_2$ 를 만족하며 일반적으로  $w_1 < w_2$ 이다. 즉 PRT 2가 PRT 1보다 더 많은 톤을 가지며, PAPR 감소능력이 뛰어나다. 그림 3은  $N=1024$ ,  $w_1=51, w_2=301$ 의 경우에 PRT 1과 PRT 2를 IFFT해서 정규화한 시간 영역 커널  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ 의 크기를 보여준다.

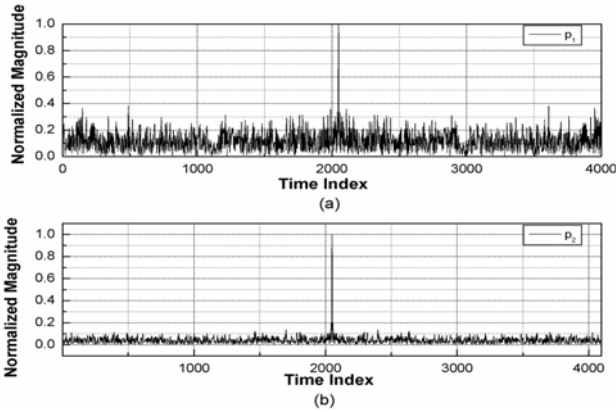


그림 3. 시간 영역 커널  $\mathbf{p}$ 의 크기 (a)  $|\mathbf{p}_1|$ , (b)  $|\mathbf{p}_2|$ .

그림 4는 적응적 TR 기법의 구조를 보여준다. 적응적 TR 기법은 직렬로 연결된 두 개의 TR 블록으로 구성된다. TR1의 PRT 집합을 PRT 1으로 선택하고 TR2의 PRT 집합을 PRT 2로 선택한다. 각 TR 블록의 구성은 그림 1의 구성과 동일하다. 그림 2에서 톤 비율 5%의 곡선을 살펴보면 TR 블록 통과 이후 PAPR이 7dB 이상 되는 신호는 약 7% 미만의 확률로 발생한다.

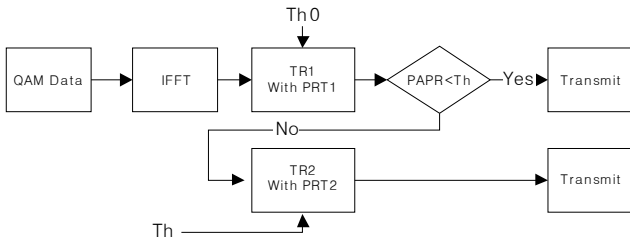


그림 4. 적응적 TR의 구조.

TR1에서는 낮은 톤 비율(예를 들어 5%)의 PRT1 집합을 이용해서 OFDM 신호의 PAPR을 줄인다. 이때 목표로 하는 PAPR보다 더 낮은 값을 임계치( $Th$  0, 목표 PAPR 보다 약 1.0 dB 작게 설정)로 설정해서 TR 기법을 적용한다. TR1 단계를 통과한 신호의 PAPR을 계산한 후 이 PAPR이 목표로 하는 PAPR 임계치( $Th$ )보다 작을 경우에는 이 신호를 전송하고, 반대의 경우에는 TR2 단계를 수행한다. 두 번째 TR 블록 TR2 단계에서는 크기가 큰 PRT 집합(PRT 2)을 이용, PAPR을 감소시킨다. 그림 3 (b)의 PRT 2를 이용해서 생성한 시간 영역 커널  $\mathbf{p}_2$ 를 사용해서 TR1의 결과 신호의 PAPR을 줄인다.  $\mathbf{p}_2$ 는 이차 첨두치가  $\mathbf{p}_1$ 보다 작기에 TR 기법에 적용하면 효율적으로 첨두치를 줄일 수 있다. 즉 TR1 단계에서 줄이지 못한 첨두치들을 TR2 단계에서  $\mathbf{p}_2$ 를 이용해서 줄여나간다. TR1 단계와 TR2 단계에서 사용되는 임계치가 서로 다르기 때문에, TR2 단계로 넘어오는 확률이 매우 낮게 되고, 그로 인해 전체 전송률에 크게 영향을 주지 않고 PAPR을 감소시킬 수 있다.

TR2 블록에서 PAPR 감소과정이 진행되는 동안 PRT 2와 PRT 1의 차집합에 해당하는 위치의 데이터 심볼들은 시간 영역 커널  $\mathbf{p}$ 의 영향을 받아 왜곡된다. 이를 방지하기 위해 해당하는 위치의 데이터들을 뒤쪽 프레임에서 다시 보내주어야 한다. 처음 데이터를 할당할 때 부반송파에 데이터를 순차적으로 할당한다면, 수신단에서 복조 후 OFDM 심볼은 데이터의 불연속성 때문에 사용할 수 없고 다음 심볼이나 혹은 수 프레임 후에 전송될 나머지 부분을 기다려야 된다.  $\mathbf{R}_2 \setminus \mathbf{R}_1$ 의 위치에 해당하는 데이터를 바로 다음 OFDM 심볼에 보내는 경우에는 이와 같은 기다림을 방지하기 위해서 데이터를 부반송파에 할당할 때 그림 5와

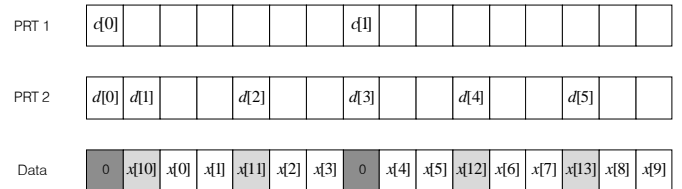


그림 5. 데이터 할당 순서.

같은 방법으로 진행한다.

그림 5의 예에서는  $N=16$ ,  $w_1=2$ ,  $w_2=6$ 이 사용되었다. 데이터를 전체 부반송파 전체에 순서대로 할당하는지 않고 PRT의 위치가 아닌 곳에 먼저 데이터를 할당한다.( $x[0]$ 부터  $x[9]$ ) 그 다음 데이터는  $\mathbf{R}_2 \setminus \mathbf{R}_1$ 의 위치에 할당한다.( $x[10]$ 부터  $x[13]$ ) 이와 같이 할당하면 PRT2의 영향에 상관없이 수신된 OFDM 심볼내의 데이터들은 모두 앞뒤의 데이터들과 연속적으로 이어진다. 이렇게 할당된 데이터들이 TR1을 통과한 후 TR2에서 처리되는 동안  $\mathbf{R}_2 \setminus \mathbf{R}_1$ 에 할당된  $w_2 - w_1$ 개의 데이터들을 다음 데이터 심볼에 같은 방법으로 할당한다.

$\mathbf{R}_2 \setminus \mathbf{R}_1$  위치에 해당하는 데이터 심볼들을 제거한 후 다시 IFFT 해서 TR2 단계에 적용하는 방법도 PAPR의 감소를 가져온다. 하지만 TR1 단계의 출력을 그대로 이용하는 것이 같은 반복횟수에서 더 많은 PAPR 감소를 가져온다. 이는 TR1 단계에서 다수의 첨두치들이 이미 어느 정도 작게 줄어들었기 때문이다.

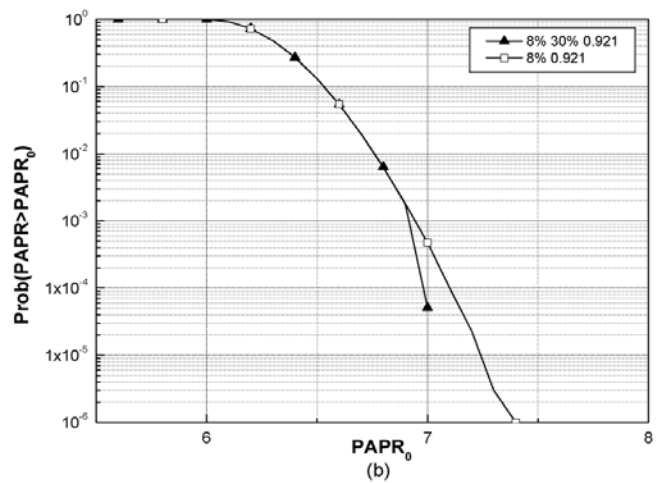
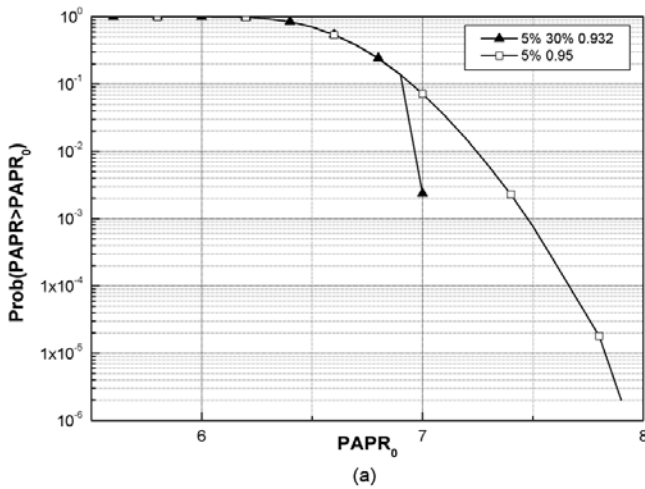


그림 6.  $N = 1024$  OFDM 신호의 적응적 TR 기법의 PAPR CCDF (a)적응적 TR(51, 306)과 5% TR (b) 적응적 TR(81, 306)과 8% TR.

#### 4. 모의실험 결과

모의실험은 1024개의 부채널을 이용하는 OFDM 시스템으로 수행하였다. 모의실험에서 보호 대역은 사용하지 않았다. PRT 1으로 예약된 톤은 51개와 81개이고 PRT 2로 예약된 톤은 301개 이다. 입력 데이터는 16-QAM으로 변조하였고 4배로 과표본화 하였다.

데이터 전송효율은 예약된 톤을 제외한 데이터용 부반송파의 개수의 함수로 표현되며, 많은 톤이 데이터 전송에 사용될수록 효율은 1에 가까워진다. 적응적 TR의 데이터 전송효율은 평균값으로 구한다.

$$\text{전송 효율} = \frac{N - (N_g + N_r)}{N} \quad (8)$$

$N_g$ 는 보호대역의 개수,  $N_r$ 는 예약된 톤의 개수이다. 본 논문에서 PAPR 감소 성능을 비교하기 위해서 사용된 TR 기법은 51개의 부반송파를 PRT로 사용(약 5%)하고 6.0 dB를 목표 임계치로 하였다. 적응적 TR의 TR1과 TR2블록은 각각 6.0 dB와 7.0 dB를 목표 임계치로 해서 PAPR 감소를 수행한다. 본 모의 실험에서 모든 TR 블록의 최대 반복 횟수는 40번으로 제한하였고 반복을 중단하는 조건은 II장에서 설명한 조건을 동일하게 적용하였다.

그림 6의 (a)는  $(w_1, w_2)$ 를 (51, 301)로 선택한 적응적 TR과 51개의 PRT를 사용한 TR 기법의 PAPR의 CCDF를 나타낸다. 적응적 TR을 적용한 신호의 PAPR은  $10^{-6}$  확률에서 7.0 dB를 넘지 않는다. TR을 통과한 신호는  $10^{-6}$  확률에서 약 7.8dB의 PAPR을 갖는다. 두 경우의 데이터 전송효율은 각각 0.9317와 0.9502로 적응적 TR 기법이 1.95% 가량 전송률이 높아진다. 그림 6. (b)는  $(w_1, w_2)$ 를 (81, 301)로 선택하고 TR의 PRT 집합의 크기를 81로 선택한 경우(약 8%)의 결과이다. 이 경우 적응적 TR의 PAPR은  $10^{-6}$  확률에서 7.0 dB를 넘지 않고 TR의 경우는  $10^{-6}$  확률에서 7.4 dB이다. 데이터 전송효율은 각각 0.9208와 0.9209로 적응적 TR 기법이 0.01% 가량 전송효율이 높아진다.

위의 실험결과로부터 적응적 TR 기법이 TR기법과 거의 비슷한 전송효율을 보이면서 PAPR 특성을 조절할 수 있음을 알 수 있다.

#### 5. 결론

본 논문에서는 입력 심볼 시퀀스의 PAPR에 따라 크기가 다른 PRT 집합을 선택적으로 사용하는 하는 것을 특징으로 하는 적응적인 TR 기법을 제안한다. 제안된 알고리즘은 서로 포함 관계의 두 개의 PRT 집합을 정의한다. 먼저 크기가 작은 PRT를 이용해서 TR 기법을 적용한다. 이때 사용되는 임계치는 최종 목표로 하는 크기보다 작게 선택한다. 결과 신호의 PAPR이 원하는 수준이라면 그대로 전송하고 그렇지 않다면 크기가 큰 PRT를 이용해서 다시 TR 기법을 적용한다. 이 때 추가적인 역푸리에 변환이나 데이터의 재정렬은 필요치 않는다. 제안된 방법은 고정된 크기의 PRT 집합을 사용하는 기존의 방법에 비해 비슷한 데이터 전송효율을 보이면서 PAPR 감소 성능을 향상 시킨다.

#### 참고 문헌

- [1] H. Ochiai and H. Imai, "Performance of the deliberate clipping with adaptive symbol selection for strictly band-limited OFDM systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 18, no. 11, pp. 2270-2277, Nov. 2000.
- [2] S. H. Müller, R.W. Bäuml, R. F. H. Fischer, and J. B. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by multiple signal representation," *Annals of Telecommun.*, vol. 52, no. 1-2, pp. 58-67, Feb. 1997.
- [3] J. Tellado, *Multicarrier Modulation with Low PAPR*, Massachusetts: Kluwer, 2000.
- [4] B. S. Krongold and D. L. Jones, "An Active-Set Approach for OFDM PAR Reduction Via Tone Reservation," *IEEE Trans. Signal Process.* vol. 52, pp. 495 - 509, Feb. 2004
- [5] Dae-Woon Lim, Hyung-Suk Noh, Jong-Seon No, and Dong-Joon Shin, "New selection method of near optimal PRT set in TR scheme for PAPR reduction of OFDM," in *Proc. ISITA*, Oct. 29 - Nov. 1, 2006, pp. 697-701.
- [6] M. Sharif, M. Gharavi-Alkhansari, and B. H. Khalaj, "On the peak-to-average power of OFDM signals based on oversampling," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 1, pp. 72-78, Jan. 2003.