q진 LCZ 수열군의 일반화된 확장 생성 방법

*정정수[O], *노종선, **김영식, **장지웅, ***정하봉
*서울대학교 전기컴퓨터공학부, 뉴미디어통신공동연구소
**삼성전자, ***홍익대학교 전자전기공학부

Generalized Extending Method for q-ary LCZ Sequence Sets

*Jung-Soo Chung[O], *Jong-Seon No, **Young-Sik Kim, **Ji-Woong Jang, and ***Habong Chung
*Department of EECS, INMC, Seoul National University
**Samsung Electronics, Co., Ltd., ***School of Electronics and Electrical Engineering, Hongik University
integer@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr, {mypurist, stasera.jang}@gmail.com, habchung@hongik.ac.kr

요약

[1]에서 LCZ 수열군의 2배 확장을 제안하였다. 본 논문에서는 [1]에서의 2배 확장방법을 일반화하는 새로운 확장방법을 제안한다. 이 생성방법을 사용하면 인수가 (N, M, L, ϵ)인 q진 LCZ 수열군은 인수가 $(pN, pM, p\lfloor(L+1)/p\rfloor - 1, p\epsilon)$인 q진 LCZ 수열군이 된다. 이 때, p는 소수이고 p는 q의 약수다. 특히 $L \equiv p-1 \bmod p$일 때, 확장된 q진 LCZ 수열군의 인수는 $(pN, pM, L, p\epsilon)$이 된다.

1. 서론

부호분할다중접속(code-division multiple access, CDMA) 시스템에서는 Gold 수열군과 같은 좋은 상관 특성을 가지는 의사잡음 수열을 사용한다. 이런 좋은 상관 특성을 가지는 수열군을 사용하더라도 상당한 양의 다중 접속 간섭이 발생한다. Gaudenzi 등은 [2]에서 준동기(quasi-synchronous, QS) CDMA 방식을 제안하였다. 이 시스템은 서로 다른 사용자 간의 시간 지연을 기존 시스템보다 몇 칩 더 허용하여 무선 통신 시스템에서 다중 접속 간섭에 대한 처리에 효과적이다. QS-CDMA 시스템에 사용할 수열에서 중요하게 고려하는 것은 전체 주기에서의 최대 상관값이 얼마나 크냐는 것에 관한 아니라 원점 주변에서 낮은 상관 구간(low correlation zone, LCZ)이 얼마나 크게 존재하느냐에 관한 것이다. 이런 QS-CDMA 시스템에서 낮은 상관 구간을 가지는 수열(LCZ sequences)은 기존의 최적의 상관 특성을 가진 것으로 알려진 수열군보다 원점 주변의 낮은 상관 구간에서 더 좋은 성능을 보인다 [3].

Kim, Jang, No, Chung [4]와 Jang, No, Chung, Tang [5]를 포함해서 LCZ 수열군에 대한 많은 연구 결과가 있었다. 최근, Kim, Jang, No, Chung가 [1]에서 LCZ 수열군의 2배 확장을 제안하였다. 본 논문에서는 [1]에서의 2배 확장방법을 일반화하는 새로운 확장방법을 제안한다. 이 생성방법을 사용하면 인수가 (N, M, L, ϵ)인 q진 LCZ 수열군은 인수가 $(pN, pM, p\lfloor(L+1)/p\rfloor - 1, p\epsilon)$인 q진 LCZ 수열군이 된다. 이 때, p는 소수이고 p는 q의 약수다. 특히 $L \equiv p-1 \bmod p$일 때, 확장된 q진 LCZ 수열군의 인수는 $(pN, pM, L, p\epsilon)$이다.

2. q진 LCZ 수열군을 확장하는 방법

주기가 N인 두 함수 $s_u(t)$와 $s_v(t)$의 상관 함수 $R_{u,v}(\tau)$는 다음과 같다. 이 때, $u = v$이면 $R_{u,v}(\tau)$는 자기 상관 함수이고 그렇지 않으면 상호 상관 함수이다. ω는 1의 복수 q승근이고, $\omega = e^{2\pi/q}$이다.

$$R_{u,v}(\tau) = \sum_{t=0}^{N-1} \omega^{s_u(t) - s_v(t+\tau)}. \tag{1}$$

여기서 $0 \le \tau \le N-1$ 이다.

인수가 (N, M, L, ϵ)인 q진 LCZ 수열군 $\mathcal{S}$는 다음과 같다.

$$\mathcal{S} = \{f_u(t) \mid 0 \le u \le M-1,\ 0 \le t \le N-1\}.$$

여기서 $L = \max\{T : |R_{u,v}(\tau)| \le \epsilon, \quad (|\tau| < T \text{ 이고 } u \ne v) \text{ 또는 } (0 < |\tau| < T \text{ 이고 } u = v)\}$이다.

p는 소수이고 g는 유한체 F_p의 생성자라 하자. $p \times p$인 행렬 $\mathbf{D}$는 다음과 같다.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & g & 2g & \cdots & (p-1)g \\ 0 & g^2 & 2g^2 & \cdots & (p-1)g^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & g^{p-2} & 2g^{p-2} & \cdots & (p-1)g^{p-2} \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & (p-1) \end{bmatrix} = [d_{ij}].$$

여기서 $0 \le i, j \le p-1$이다.

인수가 (N, M, L, ϵ)인 q진 LCZ 수열군을 이용해서 생성되는 확장된 q진 LCZ 수열군은 다음과 같다

정리 1: p는 소수이고 q의 약수이다. LCZ 수열군 $\mathcal{T}$는 다음과 같다.

$$\mathcal{T} = \{s_u(t) \mid 0 \le u \le pM-1,\ 0 \le t \le pN-1\}$$
$$s_u(t) = s_u(pi+j) = f_{u-kM}\left(i + j\lfloor\frac{L+1}{p}\rfloor\right) + \frac{q}{p}d_{kj},$$
$$kM \le u \le (k+1)M-1.$$

여기서, $0 \le i \le N-1$이고 $0 \le j \le p-1$이다. $\lfloor a \rfloor$는 a보다 작거나 같은 최대 정수이다. 그러면 $\mathcal{T}$는 인수가 $(pN, pM, p\lfloor\frac{L+1}{p}\rfloor - 1, p\epsilon)$인 q진 LCZ 수열군이다.

증명: 정의에서 주기는 pN이고 수열군 크기는 pM임을 쉽게 알 수 있다. 따라서, $R_{u,v}(\tau)$이 $p\epsilon$보다 작거나 같은 값을 가지는 낮은 상관 구간이 $p\lfloor(L+1)/p\rfloor - 1$임을 보이면 된다.

$L+1 = pa+b$라 하자. 여기서, a는 0보다 큰 정수이고, $0 \le b \le a-1$이다. 그러면 $\lfloor\frac{L+1}{p}\rfloor = a$이다. $\mathcal{S}$의 크기 M과 행렬 $\mathbf{D}$의 크기에 의해 다음 6가지 경우로 나눌 수 있다.

경우 1) $0 \le u, v \le M-1$이고 $\tau = pk'$;

$R_{u,v}(\tau)$을 다시 써보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_{u,v}(\tau) &= \sum_{j=0}^{p-1}\sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+aj)-f_v(i+aj+\frac{\tau}{p})} \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i)-f_v(i+\frac{\tau}{p})} \\ &+ \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+a)-f_v(i+a+\frac{\tau}{p})} + \cdots \\ &+ \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+(p-1)a)-f_v(i+(p-1)a+\frac{\tau}{p})}. \quad (2) \end{aligned}$$

인수 (N, M, L, ϵ)인 LCZ 수열군의 성질로부터 식 (2)의 각 부분 합의 크기는 구간 $-pL < \tau < pL$에서 ϵ보다 작거나 같다. 그러므로, $-pL < \tau < pL$일 때 $|R_{u,v}(\tau)| \le p\epsilon$이다.

경우 2) $0 \le u, v \le M-1$이고 $\tau = pk' + k''$(단, $1 \le k'' \le p-1$);

$R_{u,v}(\tau)$을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} &R_{u,v}(\tau) \\ &= \sum_{j=0}^{p-1}\sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+aj)-f_v(i+\lfloor\frac{j+k''}{p}\rfloor + (j\oplus k'')a + \frac{\tau-k''}{p})}. \quad (3) \end{aligned}$$

여기서 $\oplus$는 모듈러 p 덧셈이다.

식 (3)에서 k''가 1이라 하면

$$\begin{aligned} R_{u,v}(\tau) &= \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i)-f_v(i+a+\frac{\tau-1}{p})} \\ &+ \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+a)-f_v(i+2a+\frac{\tau-1}{p})} \\ &+ \cdots + \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+(p-1)a)-f_v(i+1+\frac{\tau-1}{p})}. \quad (4) \end{aligned}$$

인수 (N, M, L, ϵ)인 LCZ 수열군의 성질과 위상이 일치할 때 자기 상관 함수 값으로부터, 식 (4)에서 각 부분 합의 크기는 다음의 구간에서 ϵ보다 작거나 같다. 식 (4)의 첫 번째 부분 합부터 $(p-1)$번째 부분 합의 구간 경우는 다음과 같다.

$$-L < a + \frac{\tau-1}{p} < L.$$

식 (4)의 p번째 부분합의 구간은

$$-L < \frac{\tau-1}{p} + 1 - (p-1)a < L$$

이고

$$\frac{\tau-1}{p} + 1 < (p-1)a$$

이다.

그러므로, $k'' = 1$인 경우 $|R_{u,v}(\tau)| \le p\epsilon$인 구간은 $-L-(p-1)b < \tau < L+(p-1)b$이다.

이를 $1 \le k'' \le p-1$에 대해서 일반화하면

$$-L < k''a + \frac{\tau-k''}{p} < L$$
$$-L < \frac{\tau-k''}{p} + 1 - (p-k'')a < 0$$

이거나

$$-L < k''a + \frac{\tau-k''}{p} < L$$
$$0 < \frac{\tau-k''}{p} + 1 - (p-k'')a < L.$$

그러므로, $-k''L-(p-k'')b < \tau < \min((L-b)(p-k''), (p-k'')L + k''b)$로 정리할 수 있고, 결국 $|\tau| < \min(|k''L+(p-k'')b|, |(L-b)(p-k'')|, |(p-k'')L + k''b|)$로 표현될 수 있다.

$k'' = p-1$일 때, τ의 구간이 가장 좁다. 이 경우는 $-(L-b) < \tau < L-b$에서 $|R_{u,v}(\tau)| \le p\epsilon$이다.

경우 3) $0 \le u \le M-1$, $kM \le v \le (k+1)M-1$, $1 \le k \le (p-1)$ (혹은 $kM \le u \le (k+1)M-1$, $0 \le v \le M-1$), $\tau = pk'$;

$R_{u,v}(\tau)$은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_{u,v}(\tau) &= \sum_{j=0}^{p-1}\sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+aj)-f_{v-kM}(i+aj+\frac{\tau}{p})-\frac{q}{p}d_{kj}} \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i)-f_{v-kM}(i+\frac{\tau}{p})-\frac{q}{p}d_{k0}} \\ &+ \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+a)-f_{v-kM}(i+a+\frac{\tau}{p})-\frac{q}{p}d_{k1}} + \cdots \\ &+ \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+(p-1)a)-f_{v-kM}(i+(p-1)a+\frac{\tau}{p})-\frac{q}{p}d_{k(p-1)}} \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i)-f_{v-kM}(i+\frac{\tau}{p})} \\ &+ \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+a)-f_{v-kM}(i+a+\frac{\tau}{p})-\frac{q}{p}g} + \cdots \\ &+ \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+(p-1)a)-f_{v-kM}(i+(p-1)a+\frac{\tau}{p})-\frac{q}{p}g(p-1)} \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i) - f_{v-kM}(i+\frac{\tau}{p})}$$
$$+ \omega^{-\frac{q}{p}g} \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+a) - f_{v-kM}(i+a+\frac{\tau}{p})} + \cdots$$
$$+ \omega^{-\frac{q}{p}g(p-1)} \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+(p-1)a) - f_{v-kM}(i+(p-1)a+\frac{\tau}{p})}.$$

이 경우는 경우 1)과 비슷하게 정리하면, $-pL < \tau < pL$일 때 $|R_{u,v}(\tau)| \le p\epsilon$이다.

경우 4) $0 \le u \le M-1$, $kM \le v \le (k+1)M-1$, $1 \le k \le (p-1)$ (혹은 $kM \le u \le (k+1)M-1$, $0 \le v \le M-1$), and $\tau = pk' + k''(1 \le k'' \le p-1)$;

$$R_{u,v}(\tau) = \sum_{j=0}^{p-1} \omega^{-\frac{q}{p} d_{k(j \oplus k'')}} \times \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_u(i+aj) - f_{v-kM}(i + \lfloor \frac{j+k''}{p} \rfloor + (j \oplus k'')a + \frac{\tau - k''}{p})}.$$

이 경우는 경우 2)와 비슷하며, $|R_{u,v}(\tau)| \le p\epsilon$인 구간은 $-(L-b) < \tau < L-b$이다.

경우 5) $k_1 M \le u \le (k_1+1)M-1$, $k_2 M \le v \le (k_2+1)M-1$, $1 \le k_1, k_2 \le (p-1)$, $\tau = pk'$;

$$R_{u,v}(\tau) = \sum_{j=0}^{p-1} \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_{u-k_1M}(i+aj) + \frac{q}{p} d_{k_1 j} - f_{v-k_2M}(i+aj+\frac{\tau}{p}) - \frac{q}{p} d_{k_2 j}}$$
$$= \sum_{j=0}^{p-1} \omega^{\frac{q}{p}(d_{k_1 j} - d_{k_2 j})} \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_{u-k_1M}(i+aj) - f_{v-k_2M}(i+aj+\frac{\tau}{p})}.$$

역시 이 경우도 경우 1)과 비슷하며 $|R_{u,v}(\tau)| \le p\epsilon$인 구간은 $-pL < \tau < pL$이다.

경우 6) $k_1 M \le u \le (k_1+1)M-1$, $k_2 M \le v \le (k_2+1)M-1$, $1 \le k_1, k_2 \le (p-1)$, $\tau = pk' + k''(1 \le k'' \le p-1)$;

$$R_{u,v}(\tau) = \sum_{j=0}^{p-1} \omega^{\frac{q}{p}(d_{k_1 j} - d_{k_2 (j \oplus k'')})} \times \sum_{i=0}^{N-1} \omega^{f_{u-k_1M}(i+aj) - f_{v-k_2M}(i + \lfloor \frac{j+k''}{p} \rfloor + (j \oplus k'')a + \frac{\tau - k''}{p})}.$$

또한 이 경우도 경우 2)와 비슷하며, $-(L-b) < \tau < L-b$에서 $|R_{u,v}(\tau)| \le p\epsilon$이다.

위 6가지 경우로부터, LCZ 수열군 $\mathcal{T}$의 인수는$(pN, pM, p\lfloor \frac{L+1}{p} \rfloor - 1, p\epsilon)$ (혹은 $(pN, pM, L-b, p\epsilon)$)이다.

□

3. 제안한 LCZ 수열군의 최적성

[6]에서 Tang등은 LCZ 수열군의 하한을 제안하였다.

정리 2: (Tang, Fan, and Matsufuji [6]) $\mathcal{S}$는 인수가 (N, M, L, ϵ)인 LCZ 수열군이라고 하자. 인수들 사이의 관계는 다음과 같다.

$$ML - 1 \le \frac{N-1}{1 - \epsilon^2/N}. \tag{5}$$

□

정리 3: q진 LCZ 수열군의 인수 (N, M, L, ϵ)가 Tang, Fan, Matsufuji의 경계에서 최적이라고 하자. 정리 1에서 확장된 LCZ 수열군도 Tang, Fan, Matsufuji의 경계에서 $L \equiv p-1 \bmod\ p$일 때 낮은 상관 구간은 변하지 않고 이외의 경우 낮은 상관 구간은 L보다 작다.

증명: 정리 2으로부터,

$$L \le \lfloor \frac{1}{M} \frac{N^2 - \epsilon^2}{N - \epsilon^2} \rfloor.$$

그러면

$$L' = p\lfloor (L+1)/p \rfloor - 1 \le L.$$

$L \equiv p-1 \bmod\ p$일 때 $L' = L$이다. 자명하게 이외의 경우 LCZ 구간은 L보다 작다.

□

4. LCZ 수열군의 확장

이 장에서는, 합성수에 대한 확장방법을 제시한다.

q진 LCZ 수열군 $\mathcal{S}$의 인수가 (N, M, L, ϵ)라 하자. 정리 1을 이용하여, $\mathcal{T}_{p_1}$와 $\mathcal{T}_{p_2}$는 다음과 같다.

$$\mathcal{T}_{p_1} = \{g_u(t) \mid 0 \le u \le p_1 M - 1,\ 0 \le t \le p_1 N - 1\}$$
$$\mathcal{T}_{p_2} = \{h_u(t) \mid 0 \le u \le p_2 M - 1,\ 0 \le t \le p_2 N - 1\}$$

여기서

$$g_u(t) = g_u(p_1 i + j) = f_{u-kM}\left(i + j\lfloor \frac{L+1}{p_1} \rfloor\right) + \frac{q}{p_1}[\mathbf{D}_{p_1}]_{kj}, \quad kM \le u \le (k+1)M-1$$

이고

$$h_u(t) = h_u(p_2 i + j) = f_{u-kM}\left(i + j\lfloor \frac{L+1}{p_2} \rfloor\right) + \frac{q}{p_2}[\mathbf{D}_{p_2}]_{kj}, \quad kM \le u \le (k+1)M-1$$

이다.

q진 LCZ 수열군 $\mathcal{T}_{p_1}$의 인수는 $(p_1 N, p_1 M, L_{p_1}(= p_1\lfloor \frac{L+1}{p_1} \rfloor - 1), p_1\epsilon)$이고 q진 수열군 $\mathcal{T}_{p_2}$의 인수는 $(p_2 N, p_2 M, L_{p_2}(= p_2\lfloor \frac{L+1}{p_2} \rfloor - 1), p_2\epsilon)$이다.

정리 4: p_1와 p_2는 소수이고 각각 q의 약수이다. q진 수열군 $\mathcal{T}_{p_1}$를 p_2배 확장한 수열군을 $\mathcal{T}_{p_3}$라 하면 다음과 같다.

$$\mathcal{T}_{p_3} = \{s_u(t) \mid 0 \le u \le p_1 p_2 M - 1,\ 0 \le t \le p_1 p_2 N - 1\}. \tag{6}$$

표 1. 확장된 LCZ 수열군의 낮은상관구간 비교

$p\backslash L$	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
$p_1 = 3, p_2 = 5$	94	99	99	99	104	104	104	104	104	104	109	109	109	109	109
$p_1 = 5, p_2 = 3$	98	98	98	98	104	104	104	104	104	107	107	107	107	107	113
$p_1 = 15$	89	89	89	89	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104

여기서

$$\begin{aligned} s_u(t) &= s_u(p_2 i + j) \\ &= g_{u-kp_1M}\left(i + j\lfloor\frac{L_{p_1}+1}{p_2}\rfloor\right) + \frac{q}{p_2}[\mathbf{D}_{p_2}]_{kj}, \\ &\quad kM \le u \le (k+1)M-1, \quad g_u(\cdot) \in \mathcal{T}_{p_1}. \end{aligned}$$

q진 LCZ 수열군 $\mathcal{T}_{p_3}$의 인수는 $(p_1p_2N, p_1p_2M, p_2\lfloor\frac{L_{p_1}+1}{p_2}\rfloor - 1, p_1p_2\epsilon)$이다.

□

정리 1의 증명과 비슷하기 때문에 생략한다.

합성수 p_1p_2에 대해서, 확장하는 방법은 아래와 같다.

정의 1: $k \times n$인 행렬 $E = (e_{ij})$는 다음과 같이 정의하자.

$$E = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}.$$

□

정의 2: $A = (a_{ij})$는 $l \times m$인 행렬이고 $B = (b_{ij})$는 $k \times n$인 행렬이라고 하자. $A \odot B$는 다음과 같다.

$$A \odot B = \begin{bmatrix} a_{11}E + B & a_{12}E + B & \cdots & a_{1m}E + B \\ a_{21}E + B & a_{22}E + B & \cdots & a_{2m}E + B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{l1}E + B & a_{l2}E + B & \cdots & a_{lm}E + B \end{bmatrix}.$$

□

$A \odot B$를 이용하여, 다음 정의에서 p'배만큼 확장된 LCZ 수열군을 생성할 수 있다.

정리 5: q진 LCZ 수열군 $\mathcal{S}$의 인수는 (N, M, L, ϵ)라 하자. p_1와 p_2는 소수이다. $p' = p_1p_2$이고 q의 약수이다.

$$\mathbf{D}_{p'} = p_2\mathbf{D}_{p_1} \odot p_1\mathbf{D}_{p_2}.$$

인수 $(p'N, p'M, p'\lfloor\frac{L+1}{p'}\rfloor - 1, p'\epsilon)$인 확장된 q진 LCZ 수열군은 다음과 같다.

$$\mathcal{T}_{p'} = \{s_u(t) \mid 0 \le u \le p'M - 1,\ 0 \le t \le p'N - 1\}. \quad (7)$$

여기서

$$\begin{aligned} s_u(t) &= s_u(p' i + j) \\ &= f_{u-kM}\left(i + j\lfloor\frac{L+1}{p'}\rfloor\right) + \frac{q}{p'}[\mathbf{D}_{p'}]_{kj}, \\ &\quad \text{for } \ kM \le u \le (k+1)M - 1 \end{aligned}$$

이다.

□

정리 1의 증명과 비슷하므로 생략한다.

정리 6: $\mathcal{S}$는 인수가 (N, M, L, ϵ)인 q진 LCZ 수열군이라 하자. p_1와 p_2는 소수이다. $p' = p_1p_2$이고 q의 약수이다. 식 (6)에서 $\mathcal{T}_{p_3}$의 낮은 상관 구간은

$$p_2\lfloor\frac{p_1}{p_2}\lfloor\frac{L+1}{p_1}\rfloor\rfloor - 1$$

이고 식 (5)에서 $\mathcal{T}_{p'}$의 낮은 상관 구간은

$$p'\lfloor\frac{L+1}{p'}\rfloor - 1$$

이다.$\mathcal{T}_{p_3}$의 낮은 상관 구간이 $\mathcal{T}_{p'}$의 낮은 상관 구간보다 크거나 같다.

증명: $L = xp' + y$라 하자. y는 $0 \le y \le p' - 1$이기 때문에 두 경우로 나눌 수 있다.

경우 1) $y = p' - 1$;

$$\begin{aligned} p'\lfloor\frac{xp'+p'}{p'}\rfloor - 1 &= xp' + p' - 1 \\ p_2\lfloor\frac{p_1}{p_2}\lfloor\frac{xp'+p'}{p_1}\rfloor\rfloor - 1 &= xp' + p' - 1. \end{aligned}$$

경우 2) $y \ne p' - 1$;

$$\begin{aligned} p'\lfloor\frac{xp'+y+1}{p'}\rfloor - 1 &= xp' - 1 \\ p_2\lfloor\frac{p_1}{p_2}\lfloor\frac{xp'+y+1}{p_1}\rfloor\rfloor - 1 &= xp' + p_2\lfloor\frac{p_1}{p_2}\lfloor\frac{y+1}{p_1}\rfloor\rfloor - 1 \\ &\ge xp' - 1. \end{aligned}$$

□

표 1은 서로 다른 방법으로 확장된 LCZ 수열군의 낮은 상관 구간을 비교한 것이다.

5. 감사의 글

본 연구는 교육과학기술부, 지식경제부, 노동부의 출연금으로 수행한 최우수실험실 지원 사업에 의한 연구 결과입니다.

6. 참고문헌

[1] Young-Sik Kim, Ji-Woong Jang, Jong-Seon No, and Habong Chung "New design of low correlation zone sequence sets," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 10, pp. 4607–4616, Oct. 2006.

[2] R. De Gaudenzi, C. Elia, and R. Viola, "Bandlimited quasi-synchronous CDMA: A novel satellite access technique for mobile and personal communication systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 10, no. 2, pp. 328–343, Feb. 1992.

[3] X. H. Tang and P. Z. Fan, "A class of pseudonoise sequences over GF(p) with low correlation zone," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 4, pp. 1644–1649, May 2001.

[4] Sang-Hyo Kim, Ji-Woong Jang, Jong-Seon No, and Habong Chung, "New constructions of quaternary low correlation zone sequences," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 51, no. 4, pp. 1469–1477, Apr. 2005.

[5] J.-W. Jang, J.-S. No, H. Chung, and X. Tang, "New sets of optimal p-ary low correlation zone sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 2, pp. 815-821, February 2007.

[6] X. H. Tang, P. Z. Fan, and S. Matsufuji, "Lower bounds on correlation of spreading sequence set with low or zero correlation zone," *Electron. Lett.*, vol. 36, no. 6, pp. 551–552, Mar. 2000.