

가산적 사상 방법을 이용한 직교 주파수 분할 다중화 신호의 최대전력 대 평균전력의 비 감소 기법

*전현배⁰, *허석중, *주현승, *노종선, **신동준
*서울대학교 전기컴퓨터공학부, 뉴미디어통신공동연구소
***한양대학교 전자통신컴퓨터공학부

PAPR Reduction Scheme of OFDM Signals Using Additive Mapping

*Hyun-Bae Jeon⁰, *Seok-Joong Heo, *Jong-Seon No, and **Dong-Joon Shin

*Department of the EECS, INMC, Seoul National University

**Department of the ECE, Hanyang University,

{lucidream, hsjbest}@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr, djshin@hanyang.ac.kr

요약

본 논문에서는 직교 주파수 분할 다중화 (orthogonal frequency division multiplexing: OFDM) 신호의 최대전력 대 평균전력의 비 (peak-to-average power ratio: PAPR)의 감소를 위한 새로운 방식의 선택사상 기법 (selected mapping: SLM)을 제안한다. 제안한 방법은 주파수 영역에서 위상 신호를 곱함으로써 후보 신호를 생성하는 것과는 달리, 성상도 위치에 따라 결정되는 사상 시퀀스 (mapping sequence)들을 생성하고 이러한 사상 시퀀스들을 시간 영역에서 선형 결합함으로써 추가적인 후보 신호들을 생성한다. 이는 같은 후보 시퀀스 개수에 대해, 기존의 SLM 방법보다 계산 복잡도를 크게 줄일 수 있다.

1. 개요

직교 주파수 분할 다중화 (orthogonal frequency division multiplexing: OFDM) 전송 방식은 차세대 무선 통신의 중요한 전송 방식으로 주목받고 있지만, 최대전력 대 평균전력의 비 (peak-to-average power ratio: PAPR)가 커서 고전력 증폭기와 같은 비선형 단자에서의 효율성을 떨어뜨리는 문제를 가지고 있다. 이를 개선하기 위해서 여러가지 방법들이 고안되었고, 그 중에서 선택 사상 기법(selected mapping: SLM)은 하나의 OFDM 신호 시퀀스에 대해서 여러 개의 후보 신호를 생성하여, 가장 작은 PAPR을 갖는 후보 신호 시퀀스를 부가 정보 (side information)과 함께 전송하게 된다[1]. 후보 신호 시퀀스의 개수를 증가시킬수록 PAPR 감소 성능은 향상되지만, 계산 복잡도도 함께 증가하는 문제가 발생한다.

본 논문에서는 OFDM 신호 시퀀스에 사상 시퀀스를 더함으로써 후보 신호 시퀀스를 생성하는 적은 복잡도의 SLM 방법을 제안한다. 제안한 방법은 비트 에러율 (bit error rate: BER)이나 PAPR 감소 성능을 열화시키지 않고, 계산 복잡도를 크게 줄일 수 있다. 본 논문은 2장에서 PAPR과 SLM 방법을 간단히 소개하고, 덧셈 연산에 의한 후보 심볼 시퀀스의 표현과, 이를 이용

한 적은 복잡도를 갖는 SLM 방법을 3장과 4장에 기술한다. 5장에서 모의실험 결과를 통해서 성능을 분석하고 6장에서 결론을 내린다.

2. 최대 전력대 평균전력의 비와 선택 사상 기법

길이가 $N \log_2 M$ 인 이진 입력 시퀀스 $\mathbf{A}_B = \{A_{0,0}, \dots, A_{0, \log_2 M - 1}, \dots, A_{N-1,0}, \dots, A_{N-1, \log_2 M - 1}\}$ 는 M -ary 직교 진폭 변조 (quadrature amplitude modulation: QAM)나 위상 편이 (phase shift keying: PSK)로 변조되어 N 개의 부반송파를 갖는 OFDM 심볼 시퀀스 $\mathbf{A} = \{A_0, A_1, \dots, A_{N-1}\}$ 를 생성한다. 이러한 부반송파는 역 푸리에 변환 (inverse fast Fourier transform: IFFT)을 거쳐 이산 시간 영역의 OFDM 신호 시퀀스로 변환된다.

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} A_k e^{j2\pi \frac{k}{N} n}, \quad 0 \leq n < N \quad (1)$$

이 때, 이산 신호 영역에서의 PAPR은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{PAPR}(\mathbf{a}) \doteq \frac{\max_{0 \leq n < N} |a_n|^2}{\mathbb{E}[|a_n|^2]} \quad (2)$$

여기서 $E[\cdot]$ 는 기대 평균을 의미한다.

기존의 SLM 방식에서는 후보 심볼 시퀀스 $\mathbf{X}^{(u)} = [X_0^{(u)} X_1^{(u)} \dots X_{N-1}^{(u)}]$, $0 \leq u < U$ 가 U 개의 다른 위상 시퀀스 $\mathbf{P}^{(u)} = [P_0^{(u)} P_1^{(u)} \dots P_{N-1}^{(u)}]$, $0 \leq u < U$ 를 OFDM 심볼 시퀀스에 곱함으로써 생성되고, 이들을 IFFT하여 가장 작은 PAPR을 갖는 후보 신호 시퀀스가 선택되어 전송된다.

3. 가산적 사상 시퀀스

입력 심볼 A_k 는 실수와 허수 성분으로 구분하여 $A_k = A_{I,k} + jA_{Q,k}$ 로 표현할 수 있고, $\{\pm 1\}$ 의 값을 갖는 위상 시퀀스를 가정하면, u 번째 후보 심볼 시퀀스의 k 번째 심볼은 가산적 사상 시퀀스 $\mathbf{D}^{(u)} = [D_0^{(u)} D_1^{(u)} \dots D_{N-1}^{(u)}]$, $0 \leq u < U$ 를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$X_k^{(u)} = A_k + D_k^{(u)} = \begin{cases} A_k - 2A_k, & P_k^{(u)} = -1 \\ A_k, & P_k^{(u)} = 1. \end{cases} \quad (8)$$

다음은 위상의 변화 뿐만이 아니라 일정한 크기 변화까지 고려한 새로운 사상 기법을 이용하여 아래와 같은 후보 심볼 시퀀스 생성을 고려한다[2].

$$X_k^{(u)} = A_k + D_k^{(u)} = \begin{cases} A_k - D, & A_k \in \mathbf{Q}^{(1)} \text{ and } P_k^{(u)} = -1 \\ A_k + D^*, & A_k \in \mathbf{Q}^{(2)} \text{ and } P_k^{(u)} = -1 \\ A_k + D, & A_k \in \mathbf{Q}^{(3)} \text{ and } P_k^{(u)} = -1 \\ A_k - D^*, & A_k \in \mathbf{Q}^{(4)} \text{ and } P_k^{(u)} = -1 \\ A_k, & P_k^{(u)} = 1 \end{cases} \quad (9)$$

여기서 $D = d(1 + j)\sqrt{M}/2$ 이고, d 는 심볼 사이의 최소 거리이다. $\mathbf{Q}^{(i)}$ 는 i 번째 사분면에 속하는 심볼들의 집합이다.

또한 $D_k^{(u)} = D_{I,k}^{(u)} + jD_{Q,k}^{(u)}$ 와 같이 가산적 사상 시퀀스를 실수와 허수 성분으로 구분하면 더 많은 후보 심볼 시퀀스를 생성할 수 있다. 즉, 입력 심볼 A_k 의 대안 심볼 $X_k^{(u)}$ 는 $D_{I,k}^{(u)}$ 와 $D_{Q,k}^{(u)}$ 의 선형 결합으로부터 생성될 수 있다.

Gray 사상 기법을 사용하면, 각 심볼의 비트들이 실수와 허수 성분으로 구분되고, 이는 제안한 사상 기법이 수신단에서 BER의 열화 없이, 더 간단하게 복조가 가능하게 된다.

다음 장에서는 이러한 가산적 사상 시퀀스를 이용해서 낮은 복잡도를 갖는 새로운 SLM 기법을 제안하고, 기존의 SLM 방식과 계산 복잡도를 비교한다.

4. 가산적 사상 시퀀스를 이용한 낮은 복잡도의 선택사상 기법

본 장에서는 가산적 사상 시퀀스를 이용해서 낮은 복잡도를 갖는 SLM 방법에 대해 기술하고 기존의 SLM과 계산 복잡도를 비교한다.

A. 낮은 복잡도의 선택 사상 기법

$\mathbf{P}^{(-1)}$ 를 모든 원소가 -1 인 위상 시퀀스라 하고 $\mathbf{D}^{(-1)} = \mathbf{D}_I^{(-1)} + j\mathbf{D}_Q^{(-1)}$ 를 이에 대응하는 가산적 사상 시퀀스라 하자. $\mathbf{D}_I^{(-1)}$ 와 $\mathbf{D}_Q^{(-1)}$ 는 각각 $\mathbf{D}^{(-1)}$ 의 실수와 허수 성분을 의미한다. 이 때, 가산적 사상 신호 시퀀스 $\mathbf{d}^{(-1)}$ 는 다음과 같이 생성된다.

$$\mathbf{d}^{(-1)} = \text{IFFT}(\mathbf{D}^{(-1)}) = \text{IFFT}(\mathbf{D}_I^{(-1)}) + j\text{IFFT}(\mathbf{D}_Q^{(-1)}). \quad (10)$$

$\mathbf{D}_I^{(-1)}$ 와 $\mathbf{D}_Q^{(-1)}$ 이 실수이므로, $\mathbf{d}_I^{(-1)} = \text{IFFT}(\mathbf{D}_I^{(-1)})$ 와 $\mathbf{d}_Q^{(-1)} = \text{IFFT}(\mathbf{D}_Q^{(-1)})$ 는 대칭적 공액복소수 특성을 갖는다. 마찬가지로, $\mathbf{P}_k^{(l)}$ 에 대응하는 l 번째 가산적 사상 신호 시퀀스는 다음과 같다.

$$\mathbf{d}^{(l)} = \text{IFFT}(\mathbf{D}^{(l)}) = \text{IFFT}(\mathbf{D}_I^{(l)}) + j\text{IFFT}(\mathbf{D}_Q^{(l)}), \quad 1 \leq l \leq V. \quad (11)$$

표 I

가산적 사상 신호 시퀀스의 선형 결합에 의한 후보 신호 시퀀스 생성 방법(+와 -는 가산적 사상 시퀀스가 \mathbf{a} 와 더해지고 빼지는 것을 의미함)

	a	$\mathbf{m}^{(u)}$			
		$\mathbf{d}_I^{(-1)}$	$j\mathbf{d}_Q^{(-1)}$	$\mathbf{d}_I^{(l)}$	$j\mathbf{d}_Q^{(l)}$
$\mathbf{x}^{(0)}$	+				
$\mathbf{x}^{(1)}$	+	+			
$\mathbf{x}^{(2)}$	+		+		
$\mathbf{x}^{(3)}$	+	+	+		
$\mathbf{x}^{(4)}$	+			+	
$\mathbf{x}^{(5)}$	+				+
$\mathbf{x}^{(6)}$	+			+	+
$\mathbf{x}^{(7)}$	+	+		-	
$\mathbf{x}^{(8)}$	+	+			+
$\mathbf{x}^{(9)}$	+	+		-	+
$\mathbf{x}^{(10)}$	+		+	+	
$\mathbf{x}^{(11)}$	+		+		-
$\mathbf{x}^{(12)}$	+		+	+	-
$\mathbf{x}^{(13)}$	+	+	+	-	
$\mathbf{x}^{(14)}$	+	+	+		-
$\mathbf{x}^{(15)}$	+	+	+	-	-

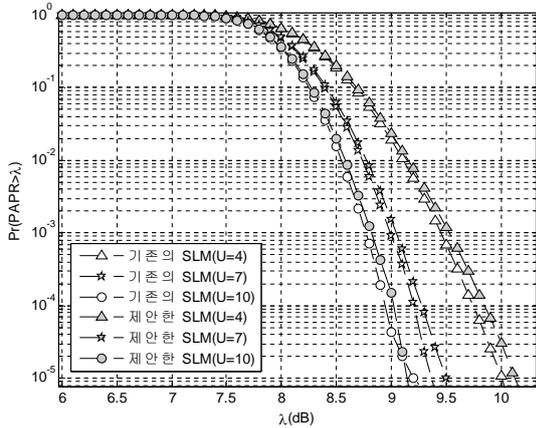
$\mathbf{d}^{(-1)}$ 와 $\mathbf{d}^{(l)}$ 의 선형 조합으로부터, 표 I에서 처럼 $\mathbf{x}^{(u)} = \mathbf{a} + \mathbf{m}^{(u)}$ 형태로 16개의 후보 신호 시퀀스의 생성이 가능해 지고, $\mathbf{m}^{(u)}$ 은 가산적 사상 신호 시퀀스의 선형 조합으로 만들어진다. 결과적으로, V 개의 위상 시퀀스로부터 $12V+4$ 개의 후보 신호 시퀀스를 생성할 수 있다.

B. 계산 복잡도 비교

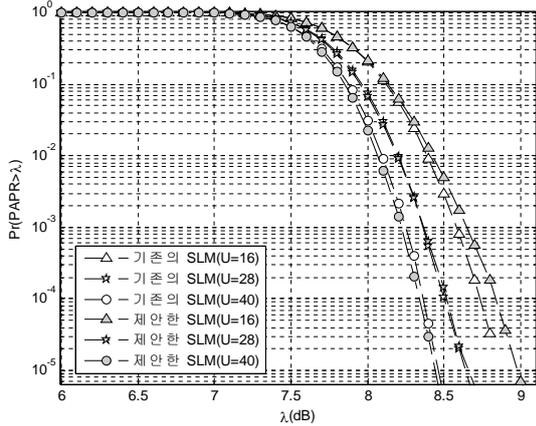
제안한 SLM 방법에서는 \mathbf{a} 를 생성하기 위해서 한 개의 복소수 IFFT와 $\mathbf{d}_I^{(-1)}$, $\mathbf{d}_Q^{(-1)}$, $\mathbf{d}_I^{(l)}$ 와 $\mathbf{d}_Q^{(l)}$ 를 생성하기 위한 네 개의 실수 IFFT가 필요하다[3]. 또한 가산적 사상 신호 시퀀스의 선형 조합을 위해서 N 개의 복소수 덧셈이 필요하다. 표 II는 기존의 SLM과 제안한 SLM 방법의 계산 복잡도를 비교해서 보여준다. 여기서, U 는 전체 후보 신호 시퀀스의 개수를, L 은 과표본 계수 (oversampling factor)를 의미한다.

제안한 방법과 기존의 SLM과의 계산 복잡도 비교

	Total number of complex multiplications	Total number of complex additions
The conventional SLM	$\frac{U}{2} LN \log_2(LN)$	$ULN \log_2(LN)$
The proposed SLM with M -QAM	$\frac{U+20}{24} LN \log_2(LN)$	$\frac{U+20}{12} LN \log_2(LN) + \frac{13U-4}{3} LN - \frac{U+8}{6}$
The proposed SLM with M -PSK	$\frac{U+2}{6} LN \log_2(LN)$	$\frac{U+2}{3} LN \log_2(LN) + \frac{4(U-1)}{3} LN - \frac{2(U-1)}{3}$



(a)



(b)

그림 1. 제안한 방법과 기존의 SLM의 PAPR 감소 성능 비교 ($N = 512$). (a) QPSK. (b) 16-QAM.

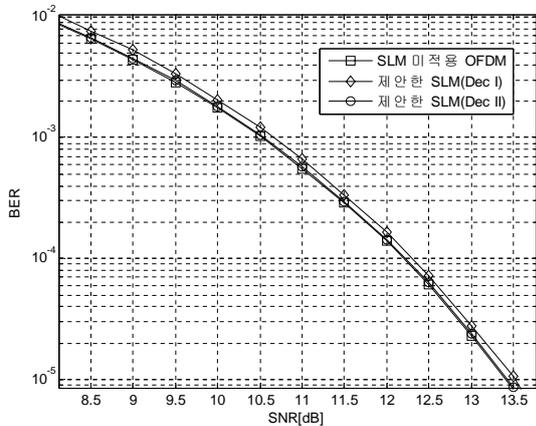


그림 2. 제안한 방법의 복조 방법에 따른 BER 성능 비교.

5. 모의실험 결과

그림 1에서 기존의 SLM과 제안한 SLM의 성능 비교를 상보 누적 분포 함수 (complementary cumulative distribution function; CCDF) 이용해서 보여준다. QPSK에 대해서는 제안한 SLM의 성능이 0.1dB 정도 열화 되지만, 16-QAM에서는 U 가 커질수록 제안한 SLM 방법의 PAPR 감소 성능이 더 좋아짐을 알 수 있다. 그림 2.는 심볼상에서 SLM 복조를 하는 경우(Dec I)과 이진 데이터 상태에서 SLM 복조를 하는 경우(Dec II)의 경우에 대한 BER 성능을 보여준다. 이진 데이터에서 복조를 하는 경우에는 BER 열화가 없음을 알 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 OFDM 신호의 PAPR을 줄이기 위해서 가산적 사상 시퀀스를 이용해서 낮은 복잡도를 갖는 SLM 방법을 제안하였다. 실험 결과로부터, 제안한 방법이 복잡도를 크게 줄이면서도 PAPR 감소 성능 열화가 거의 없음을 알 수 있다.

7. 감사의 글

본 연구는 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2010-0000867).

8. 참고문헌

- [1] S. H. Müller, R. W. Bäuml, R. F. H. Fischer, and J. B. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by multiple signal representation," *Ann. Telecommun.*, vol. 52, no. 1-2, pp. 58-67, Feb. 1997.
- [2] H. -B. Jeon, K.-H. Kim, J. -S. No, and D. -J. Shin, "Bit-based SLM schemes for PAPR reduction in QAM modulated OFDM signals," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 55, no. 3, pp. 679-685, Sep. 2009.
- [3] H. V. Sorensen, D. L. Jones, M. T. Heideman, and C. S. Burrus, "Real-valued fast Fourier transform algorithms," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Process.*, vol. assp-35, no. 6, pp. 849-863, Jun 1987.