길쌈부호를 이용하는 곱 부호를 위한 연판정 데이터 결합에 의한 복호 기법

양필웅, 박호성, 홍석범, 노종선, 신동준*

서울대학교, *한양대학교

{yangpw, lovepark98, fousbyus}@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr, *djshin@hanyang.ac.kr

A Finite Soft-Decision Decoding With Data Combining for Product Codes Using Convolutional Codes

Pilwoong Yang, Hosung Park, Seokbeom Hong, Jong-Seon No, and Dong-Joon Shin*
Seoul National Univ., *Hanyang Univ.

요 약

본 논문에서는 최근에 소개된 곱 부호를 위한 새로운 복호 기법을 유한 비트 연판정 만을 적용하여 사용할 수 있도록 연판정 데이터의 결합 법칙을 제시한다. 또한 연판정 데이터를 적용하기 용이한 길쌈부호를 이용하였을 때 결합 방식을 찾는 방법을 제시하고 모의 실험을 통해 성능을 검증한다.

Ⅰ. 서 론

곱 부호(Product codes)는 직렬로 연접된 부호로서, 두 개 이상의 짧은 길이의 블록 부호들을 연결하여 긴 블록 부호를 구성 하는데 이용된다. 작은 최소 해밍 거리를 갖는 짧은 부호들을 결합하여 큰 최소 해밍 거리를 갖는 긴 코드를 생성할 수 있으므로 곱 부호는 여러 분야에 널리 응용되어왔다.

이러한 곱 부호를 위한 새로운 복호 기법이 최근에 소개 되었다. [1] 이는 곱 부호의 하나의 수평부호를 기준으로 두 개의 독립적으로 수신한 연판정 데이터를 결합하는 기법으로서 특히 높은 SNR 에서 적은 복잡도 증가만으로 큰 성능 이득을 얻을 수 있다. 수평부호로 사용되는 부호는 선형이고 오류 검출 능력이 있는 어떠한 부호도 사용 가능하며, 수직부호로 사용되는 부호들은 단일 패리티 체크 부호나 해밍 부호와 같은 간단한 부호가 사용된다.

앞서 소개된 복호 기법은 적은 복잡도 증가와 큰 성능 이득을 나타내는 반면, 무한한 연판정 데이터를 이용한 Log-Likelihood Ratio(LLR) 덧셈과 tanh 연산에 기반을 두고 있으므로 실제로 하드웨어 에서 구현되기엔 어려움이 있다. 따라서 3 비트, 4 비트 등의 유한 비트 연판정 만을 허용하는 환경에서 이 복호 기법을 간단하게 적용할 수 있는 방법에 대한 고찰이 필요하다.

본 논문에서는 이 복호 기법에 이용되는 두 연산을 분석하여 유한 비트 연판정 데이터가 이용되었을 때 복잡한 계산을 거치지 않고 간단한 표로 결합 법칙을 나타낼 수 있는 방법을 제시한다. 간단한 대수 부호들이 수직부호로 이용될 수 있으나 여기서는 가장 쉽게 기법을 적용할 수 있는 단일 패리티 체크 부호를 기준으로 한다.

Ⅱ. 곱 부호를 위한 복호 기법

곱 부호의 부호어 행렬이 $n \times n'$ 행렬이라 하면 이 부호는 n 개의 수평부호어가 쌓여있는 행렬이 된다. 수직부호가 단일 패리티 체크 부호이면 수직부호의 패리티 체크 행렬 H는 간단히 n개의 1 이 하나의 행에 들어서 있는 행렬이 되고, 하나의 수평부호어를 c_i , $1 \le i \le n$ 라 정의하면 패리티 체크 행렬의 성질에 의해 $\sum_{i=1}^{n} c_i = \vec{0}$ 이 모든 수직부호어에 대하여 성립한다. 쉽게 말해 수직부호가 단일 패리티 체크 부호일 때는 하나의 수평부호어가 다른 모든 수평부호어들의 합(XOR)과 동일하다.

c_i의 연판정 LLR 값을 r_i라 하면 c_i들의 합의 연판정 값은 각 r_i 들을 아래의 식과 같이 결합한 결과값을 갖는다. [2]

$$r_i \boxplus r_{i'} = 2\tanh^{-1}\left(\tanh\left(\frac{r_i}{2}\right)\tanh\left(\frac{r_{i'}}{2}\right)\right) \qquad (1)$$

이를 토대로, 수평부호어의 오류 개수에 따른 정정 방법이 제시되었다. 오류가 발생한 수평부호어 개수를 e라 하자.

i) $e = 1$; 오류가 발생한 수평부호어가 부호어 행렬에 한 개 존재한다면 이는 단일 패리티 체크 부호의 성질에 따라 다른 모든 수평부호어들의 합과 같다.

ii) $e \ge 2$; 오류가 2 개 이상 발생한 경우, 오류가 발생한 수평 부호어를 각각 $c_1, c_2, \dots, c_e$ 라 하면 이들 사이에 $c_1 = c_2 \oplus \cdots \oplus c_n$ 이 성립한다. 이 때 좌변에 해당하는 LLR 값은 r_1, 우변에 해당하는 LLR 값은 (1)식에 의해 $r_2 \boxplus \cdots \boxplus r_n$ 이다. $c_1, c_2, \dots, c_e$ 를 제외한 나머지 모든 수평부호어들은 이미 알고 있는 값들이므로 $r_1, r_2, \dots, r_e$를 제외한 나머지 r_i 를 $\boxplus$ 연산 한 결과는 결과값의 부호(sign)에만 영향을 미친다. 결과적으로 하나의 수평부호어 c_1에 대한 LLR 정보를 r_1뿐 아니라 $r_2 \boxplus \cdots \boxplus r_n$ 도 가지고 있는 형태이므로, 두 LLR 을 각각

독립적으로 수신한 것으로 생각하여 더함으로써 성능 이득을 얻을 수 있다.

Ⅲ. 유한 비트 연판정을 위한 결합 법칙

Ⅱ장의 복호 기법에 사용되는 연산은 크게 LLR 덧셈과 LLR tanh 계산으로 두 가지이다. 본 논문에서 가정하는 환경은 사용할 수 있는 비트수가 제한적인 상황이므로 사용하는 연판정 데이터는 간단히 각 레벨의 대표 값을 이용한다. 먼저 LLR 덧셈을 고려한다. LLR 덧셈을 대표값들의 합으로 표현하기 위해 고려해야 할 중요한 요인은 최대비율 결합(Maximal Ratio Combining)조건을 만족해야 한다는 점이다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$s_{A'} = s_A + \frac{\sigma^2}{\sigma'^2} s_{(B\boxplus C)}$$

A, B, C, A'은 오류 발생한 수평부호어를, s_i는 i의 연판정 데이터를 나타낸다. (1)식의 $\boxplus$ 연산을 거친 데이터는 본래 채널로부터 받은 데이터와 다른 채널 표준 편차를 가지므로, 이를 σ'으로, 원래 채널 표준 편차를 σ로 나타내어 위와 같이 계산한다.

다음으로 LLR tanh 계산을 고려한다. (1)식을 분석함으로써 얻을 수 있는 결과는 두 데이터를 더할 때의 신뢰도는 신뢰도가 더 낮은 쪽에 의존한다는 것과, 동일한 신뢰도를 갖는 두 개의 데이터를 결합할 때 신뢰도 감소량은 신뢰도가 높을수록 크다는 것이다. 따라서 연판정 구간의 길이와, 결합시 신뢰도 감소량을 반영한 표를 만들기 위해 다음과 같은 절차를 따른다. 먼저 각 연판정 구간의 대표값을 LLR 로 변환하여 (1)식에 따라 결합한다. 이렇게 결합된 LLR 결과 값을 다시 채널 표준 편차를 이용하여 복원하고, 결합되어 복원된 값을 포함하고 있는 연판정 구간을 해당하는 두 구간의 결합된 구간 값으로 취한다. 이 때 LLR 변환, 역변환은 가우시안 채널에서 간단하게 이루어지고, 특히 역변환 시 채널 표준 편차를 이용함으로써 자동적으로 아래와 같이 최대비율 결합 조건을 만족하게 된다.

$$\begin{aligned} s_{A'} &= s_A + \frac{\sigma^2}{\sigma'^2} s_{(B\boxplus C)} \\ &= \frac{\sigma^2}{2} r_A + \frac{\sigma^2}{\sigma'^2}\frac{\sigma'^2}{2} r_{(B\boxplus C)} \\ &= \frac{\sigma^2}{2} r_A + \frac{\sigma^2}{2} r_{(B\boxplus C)} \end{aligned}$$

Ⅳ. 길쌈부호를 이용한 곱 부호 복호

3 비트, 4 비트의 연판정을 적용했을 때의 길쌈부호를 이용한 곱 부호의 성능을 알아본다. 먼저 3 비트 연판정을 이용한 길쌈부호는 알려진 최적의 구간의 길이 T가 0.6σ이다. (1)식의 분석을 통해 최대 신뢰도 감소량이 LLR 값으로 $\log_e 2$ 임을 확인할 수 있고, 이는 실제 값으로 $(\sigma^2/2)\log_e 2$ 이다. 최대 신뢰도 감소량이 구간 길이의 절반을 넘지 않는다면 어떠한 두 구간을 결합하더라도 결합된 결과값은 신뢰도가 낮은 쪽의 구간과 동일한 구간에 있다고 결정할 수 있다. 계산결과 $E_b/N_0 \geq 1.25\text{dB}$ 인 모든 SNR 영역에서 최대 신뢰도 감소량이 구간 길이의 절반을 넘지 않는다. 1.25dB 이하는 높은 프레임 오류율로 인해 길쌈부호의 타깃 범위가 아니므로 무시할 수 있고, 이에 따라 단순히 신뢰도는 낮은 쪽, 부호는 두 구간이 같으면 +, 다르면 −를 취함으로써 본래의 LLR tanh 계산을 대신할 수 있다. 또한 이렇게 얻은 결합된 대표값과 다른 하나의 대표값을 그대로 더함으로써 성능이득을 얻을 수 있다. 4 비트 연판정의 경우는 구간의 길이 T가 약 0.3σ로 짧아지므로 신뢰도 감소량이 구간을 넘어서는 SNR 영역이 3 비트의 경우보다 넓어진다. 따라서 타깃으로 하는 SNR 영역에 해당하는 표를 만들어 데이터 결합을 수행한다.

Ⅴ. 모의 실험 결과

그림 1 의 모의실험 결과에는 3 비트, 4 비트 tailbiting 길쌈부호가 수평부호로 이용되었으며, 복호에는 랩-어라운드(Wrap-around) 비터비 알고리듬이 사용되었다. [3] 무한대 연판정을 허용한 성능이 이와 비교되었다. Product # 뒤의 숫자는 최대 결합을 시도한 수평부호어의 개수를 뜻한다. 4 비트만을 사용한 곱 부호가 무한대 연판정을 허용한 부호와 거의 유사한 성능을 보여준다.

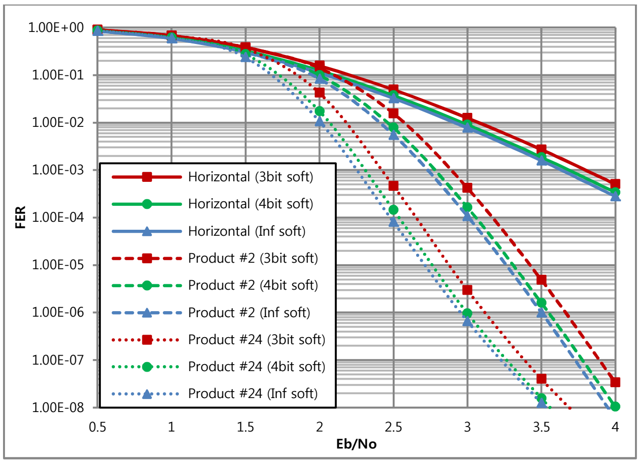

그림 1. 유한 비트 연판정 결합의 성능 비교.

Ⅵ. 결 론

본 논문에서는 최근에 소개된 곱 부호를 위한 새로운 복호 기법을 실질적으로 사용할 수 있도록 유한 비트 연판정 만을 이용한 연판정 데이터의 결합 법칙을 제시하였다. 또한 연판정 데이터를 적용하기 용이하여 현재 다방면에서 활용되는 길쌈부호를 곱 부호의 수평부호로 이용하여 적용하는 방법을 제시하였고 모의실험을 통해 성능을 검증하였다.

ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 방송통신위원회의 차세대 통신 네트워크 원천기술 개발 사업 (KCA-2011-08913-04003)과 2011 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2011-0000328)

참 고 문 헌

[1] B. Shin, *Fast and reliable decoding schemes for the LDPC codes*. Seoul: Seoul National University Press, 2010.

[2] J. Hagenauer, E. Offer, and L. Papke, “Iterative decoding of binary block and convolutional codes,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 429-445, Mar. 1996.

[3] Rose Y. Shao, Shu Lin, and Marc P. C Fossorier, “Two decoding algorithms for tailbiting codes,” *IEEE Trans. Comm.* vol. 51, no. 10, pp. 1658-1665, Oct. 2003.