

## OFDM 신호의 PAPR 감소를 위한 압축 센싱 복원을 이용한 톤 주입 기법

주현승, 박호성, 김기훈, 노종선, \*정하봉  
서울대학교, \*홍익대학교

{jooos, lovepark98, kkh}@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr, habchung@hongik.ac.kr

Tone Injection Using Recovery of Compressed Sensing  
for PAPR Reduction of OFDM Signals

Hyun-Seung Joo, Hosung Park, Kee-Hoon Kim, Jong-Seon No, and \*Habong Chung  
Seoul National University, \*Hongik University

## 요약

직교 주파수 분할 다중화 (orthogonal frequency division multiplexing; OFDM) 신호의 최대 전력 대 평균 전력 비율 (peak to average power ratio; PAPR) 감소를 위한 방법 중 하나인 톤 주입 (tone injection; TI) 기법은 PAPR 이 감소될 수 있도록 주파수 영역에서 특정 위치들에 미리 정해놓은 심볼을 주입하는 방법이다. 하지만, 지금까지 톤 주입 기법을 위한 적절한 톤 (tone) 위치 및 심볼을 찾는 효율적인 방법이 제안되어 있지 않다. 본 논문에서는 압축 센싱 (compressed sensing)을 이용하여 톤 주입 기법을 효율적으로 구현할 수 있는 방법을 제안한다. 톤 주입 기법에서 주파수 영역에서  $K$  개의 톤 주입을 한다면  $N$  개의 심볼 중  $K$  개의 성긴 (sparse) 심볼로 고려할 수 있어 압축 센싱 복원 알고리즘을 활용 가능해진다. 이러한 접근을 통해 주파수 영역에서 톤 주입을 위한 최적의 위치 및 심볼을 얻어낸다. 모의실험을 통해 제안된 톤 주입 기법의 PAPR 감소 성능에 대해서 확인해본다.

## I. 서론

직교 주파수 분할 다중화 (orthogonal frequency division multiplexing; OFDM) 전송 방식은 다중 경로 페이딩 (multipath fading) 환경에 강인한 특성으로 인해 4세대 이동 통신 시스템의 표준으로 채택되었다. 하지만, OFDM은 최대 전력 대 평균 전력 비율 (peak to average ratio; PAPR)이 큰 신호가 발생된다 점이 주요 단점으로 지적되고 있다. PAPR이 큰 신호는 비선형 HPA 통과 시 대역 외 방사 및 대역 내 왜곡을 발생시켜 OFDM 시스템의 데이터 비트오류율 (bit error rate; BER)을 크게 열화 시킨다.

OFDM 신호의 PAPR 문제를 해결하기 위한 여러 방법 중 하나로 톤 주입 기법 (tone injection; TI)이 제안되었다 [1]. 톤 주입 기법은  $N$  개의 심볼을 가지는 입력 심볼 시퀀스 (input symbol sequence) 사이에 OFDM 신호의 PAPR이 감소할 수 있도록  $K$  개의 특정한 톤 (tone) 위치에 정해 놓은 심볼을 주입하는 기법이다. 하지만, 톤 주입 기법은 PAPR이 감소하도록 하는 적절한 톤 위치와 심볼을 찾는 효율적인 방법이 지금까지 제안되지 않았다.

본 논문에서는 압축 센싱 (compressed sensing)의 복원 알고리즘을 이용한 톤 주입 기법을 제안한다. 톤 주입 기법에서 주파수 영역에서  $N$  개의 톤 중  $K$  개의 톤에만 심볼이 주입되기 때문에 입력 심볼 시퀀스에 더해지는 주입 심볼 시퀀스 (injected symbol sequence)

본 연구는 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구입니다. (No. 2012-0000186)

는  $K$  개의 성긴 (sparse) 심볼들을 가지고 있다고 할 수 있다. 이러한 접근을 통해 톤 주입 기법에 압축 센싱의 복원 알고리즘 [2]을 이용하여 PAPR 감소를 위해 주입되어야 할 최적의 톤 위치 및 심볼을 찾을 수 있다. 송신단에서는 몇 번의 반복을 통해 결정된 주입 심볼 시퀀스를 기존의 입력 심볼 시퀀스에 더해준 후 IFFT 하여 전송을 한다. 모의실험을 통해 제안된 톤 주입 기법에 대한 PAPR 감소 성능을 살펴본다.

## II. 본론

$N$  개의 톤을 사용하는 OFDM 시스템에서의 입력 심볼 시퀀스  $\mathbf{X} = [X_0 X_1 X_2 \dots X_{N-1}]^T$ 에 대하여 이산 OFDM 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi kn/N}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (1)$$

여기서  $X_n$ 은  $n$  번째 톤의 입력 데이터를 의미하고  $N$ 은 톤의 수이다. 그리고,  $(\cdot)^T$ 는 transpose 함수를 의미한다.

톤 주입 기법은 주파수 영역에서  $N$  개의 톤 중에  $K$  개의 특정 톤에  $S_k = p_k D + jq_k D$ 를 주입하여 시간영역 OFDM 신호의 PAPR을 감소시키는 방법이다. 여기서  $p_k, q_k \in \{-1, 0, 1\}$  이고  $D = \rho d_k \sqrt{M}$ 이다.  $d_k$ 는  $M$ -PSK

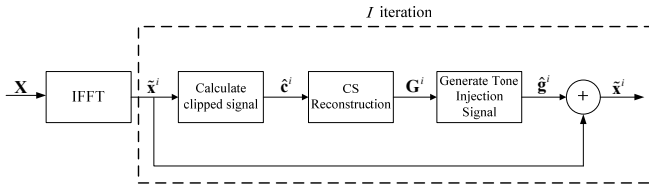


그림 1. 제안된 톤 주입 기법의 송신단.

나  $M$ -QAM 성상도 상의 두 점 사이의 최소거리를 의미하고  $M$ 은 성상도 점들의 개수이다.  $\rho$ 는 주입되는 심볼의 크기를 결정하는 값으로 수신단에서 주입된 톤 심볼이 있더라도 부가 정보 없이 원래의 데이터를 복원하기 위해서는  $\rho \geq 1$  이어야 한다 [1]. 본 논문에서는 파워 증가를 최소화하기 위해  $\rho = 1$  을 사용한다. 이처럼  $K$  개의 톤에 심볼 주입이 이뤄진 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{x}_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} (X_k + S_k) e^{j\frac{2\pi kn}{N}}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (2)$$

(2)에서 확인할 수 있듯이 톤 주입 기법은 어떤 위치의 톤에 어떤 심볼을 주입했는지 여부에 따라서 PAPR 감소 성능이 크게 달라진다. 지금까지 톤 주입 기법을 위해 주입될 톤 위치와 심볼 값을 결정하는 적절한 알고리즘이 제안되지 않았다.

압축 센싱은 송신할  $N$  개의 신호 중  $K$  개의 성긴 신호만이 존재하고 이를 센싱 행렬  $\Phi$  을 통해  $L$  개의 신호를 만들어 보내면 수신단에서 원신호를 복원할 수 있다는 원리이다 [2]. 일반적으로  $N \gg L \gg K$  이다. 이러한 압축 센싱 원리를 이용하기 위해 톤 주입 기법의 주파수 영역에 주입 심볼 시퀀스  $\hat{\mathbf{G}}$  와 시간 영역의 특정 임계치  $A$  를 넘는  $L$  개의 신호들 간의 관계를 정립하고 새로운 톤 주입 기법을 제안해본다.

시간 영역에서  $N$  개의  $\tilde{x}_n$  들 중에 특정 임계치  $A$  를 넘는 신호가  $L$  개 존재한다고 했을 때  $A$  만큼 잘린 신호  $c_n^i$  을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$c_n^i = \begin{cases} \tilde{x}_n^i - A \cdot \arg(\tilde{x}_n^i), & |\tilde{x}_n^i| > A \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

여기서  $0 \leq n \leq N-1$  이고  $\arg(a)$  는  $a$  의 위상을 의미한다.  $i$  는 현재 반복 횟수를 나타내고  $1 \leq i \leq I$  이다. 첫 반복 횟수일 때는  $\tilde{x}_n^i = x_n$  이 되어야 한다.  $\mathbf{P} = \{p_0, p_1, \dots, p_{L-1}\}$  는  $c_n^i$  이 0 이 아닌 위치의 집합으로 정의하고 이 때  $|\mathbf{P}| = L$  이다. 일반적으로 OFDM 심볼 시퀀스마다 그리고 임계치  $A$  에 따라  $\mathbf{P}$  는 다르게 정해진다. 주입되는 톤 개수  $K$  는 일반적으로  $N \gg K$  이므로 시간 영역에서 0 이 아닌  $L$  개의 잘린 신호  $c_n^i$  들에 대해서 주파수 영역에서  $K$  개의 가장 상관도가 큰 톤 위치와 심볼을 압축 센싱의 복원 알고리즘을 이용해 찾을 수 있다.

잘린 신호  $c_n$  중 0 이 아닌  $L$  개의 값들로 만든 벡터를  $\hat{\mathbf{c}}^i = [-c_{p_0}^i, -c_{p_1}^i, \dots, -c_{p_{L-1}}^i]^T$  라고 했을 때 주파수 영역의  $K$  성긴 심볼 시퀀스  $\mathbf{G}^i = [G_0^i, G_1^i, \dots, G_{N-1}^i]^T$  과의 관계식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{c}}^i &= \Phi^i \mathbf{G}^i \\ &= \mathbf{S}^i \mathbf{F}^H \mathbf{G}^i \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{F}$  는  $N \times N$  이산 Fourier 행렬이고  $\mathbf{S}^i$  는 0 이 아닌 잘린 신호  $c_n^i$  위치를 나타내기 위한  $L \times N$  행 선택 행렬이다. 압축 센싱의 복원 알고리즘 중 ortho-

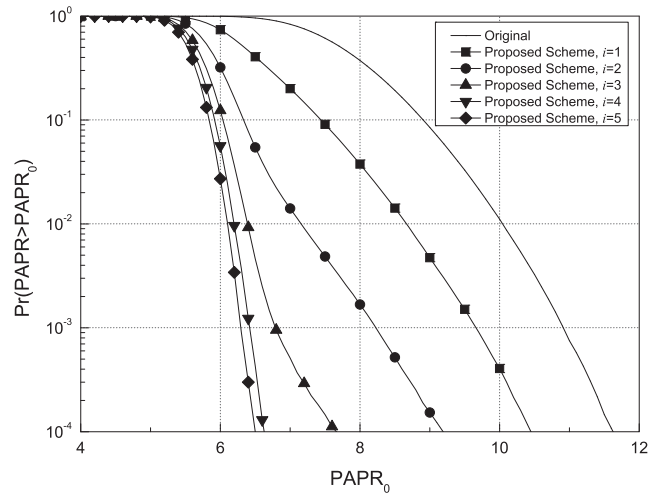


그림 2. 제안된 톤 주입 기법의 PAPR 감소 성능.

gonal matching pursuit (OMP) [2]를 이용하여  $\hat{\mathbf{c}}^i$  에 가장 상관도가 높은  $K$  성긴 심볼 시퀀스  $\mathbf{G}^i$  를 얻어낼 수 있다. OMP 는 압축 센싱의 복원 알고리즘 중 신호 간의 상관도를 이용하는 방법으로 잘 알려져 있다.

OMP 를 통해 얻은  $\mathbf{G}^i$  는 바로 톤 주입을 할 수 없다. 따라서,  $\mathbf{G}^i$  상  $K$  개의 복원 심볼 위치에 복원 심볼 벡터 방향으로 주입시킬  $\hat{G}_k^i = p_k^i D + jq_k^i D$  를 사상시켜 주입 심볼 시퀀스  $\hat{\mathbf{G}}^i = [\hat{G}_0^i, \hat{G}_1^i, \dots, \hat{G}_{N-1}^i]^T$  를 생성한다. 즉,  $G_k^i = 0$  이면  $p_k^i = q_k^i = 0$  이고  $G_k^i \neq 0$  이면  $G_k^i$  의 위상 방향으로  $p_k^i, q_k^i$  를 결정한다. 이러한  $\hat{\mathbf{G}}^i$  를 IFFT 하여 주입 신호 시퀀스  $\hat{\mathbf{g}}^i = [\hat{g}_0^i, \hat{g}_1^i, \dots, \hat{g}_{N-1}^i]^T$  를 생성할 수 있고  $\tilde{\mathbf{x}}^{i+1} = \tilde{\mathbf{x}}^i + \hat{\mathbf{g}}^i$  을 얻어 낼 수 있다. 이 과정을 반복 횟수  $I$  만큼 반복하여 최종적으로 얻은  $\tilde{\mathbf{x}}^I$  를 전송한다. 그림 1 은 제안된 톤 주입 기법에 대한 송신단을 나타낸다.

제안된 기법의 검증을 위해 16-QAM,  $N = 256$  을 가지는 OFDM 시스템에서 모의 실험을 하였다. 또한, 제안된 톤 주입 기법을 위해  $K = 3$  을 사용했고 반복 횟수  $I = 1, 2, \dots, 5$  를 사용하였다. 그림 2 는 제안된 기법의 PAPR 감소 성능을 나타낸다. 제안된 기법의 반복횟수가 4 가 되면 기존의 OFDM 신호보다 5 dB 이상의 PAPR 감소 성능을 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.

### III. 결론

본 논문에서는 압축 센싱의 복원 알고리즘을 이용한 톤 주입 기법을 제안했다. 제안된 기법은 시간 영역의 특정 임계치를 넘는 신호들과 상관도가 높은 주파수 영역의 톤 위치 및 심볼을 OMP 를 통해 찾고 주입 심볼 시퀀스로 사상시켜 원래의 신호에 반복 횟수만큼 더해 주었다. 모의 실험을 통해 제안된 기법의 PAPR 감소 성능이 우수함을 확인하였다.

### 참고 문헌

[1] J. Tellado, *Multicarrier Modulation with Low PAR: Applications to DSL and Wireless*. Norwell, MA:Kluwer, 2000.  
 [2] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655-4666, Dec. 2007.