

직교 주파수 분할 다중화 방식에서 압축 센싱 복원을 이용한 최대 전력 대 평균 전력 비를 감소시키는 효율적인 톤 예약 기법

이강석, 김기훈, 노종선, 신동준*
 서울대학교, *한양대학교

kanseo@ccl.snu.ac.kr, kkh@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr, *djshin@hanyang.ac.kr

Efficient Tone Reservation Scheme for PAPR Reduction Using Compressed Sensing in OFDM Systems

Lee Kang Seok, Kim Kee Hoon, No Jong Seon, and Shin Dong Joon*
 Seoul Univ., *Hanyang Univ.

요 약

본 논문은 직교 주파수 분할 다중화 (orthogonal frequency division multiplexing; OFDM) 시스템에서의 주요 문제 중 하나인 송신 신호의 높은 최대 전력 대 평균 전력 비 (peak-to-average power ratio; PAPR)을 해결하기 위한 효율적인 톤 예약 기법 (tone reservation)을 제안한다. 제안된 기법은 PAPR 을 감소시키기 위해 사용되는 커널 (kernel)을 변형시켜 사용하여 기존 기법과 비교하여 향상된 PAPR 감소 성능을 나타낸다. 또한 제안된 커널을 사용함으로써 데이터 톤에 발생하는 잡음을 압축 센싱 (compressed sensing; CS)를 이용하여 제거할 수 있음을 보인다.

I. 서론

직교 주파수 분할 다중화 (orthogonal frequency division multiplexing; OFDM) 시스템은 직교성 (orthogonality)의 성질을 갖는 다수의 부반송파 (subcarrier)를 사용한 전송 방식이다. OFDM 은 불안정한 환경에서 고속 데이터 전송이 요구되는 개인 이동 통신 및 멀티미디어 통신 등의 분야에 적합하여 널리 쓰이고 있다. 하지만 OFDM 신호는 높은 최대 전력 대 평균 전력 비 (peak-to-average power ratio; PAPR)를 갖는데, 신호가 비선형 증폭기를 통과하는 경우 대역 외 방사 및 대역 내 왜곡의 문제점이 발생된다.

톤 예약 (tone reservation) 기법은 PAPR 감소 기법 중 하나이다. 톤 예약 기법은 예약 톤을 일부 할당하여 PAPR 감소 신호를 생성한다. 예약 톤은 데이터 톤과 직교성의 관계를 갖기 때문에 데이터 톤에 왜곡을 발생시키지 않고 PAPR 을 감소시키는 것이 가능하다. 또한 수신단에서 부가 정보를 필요로 하지 않는다.

본 논문에서는 변형된 새로운 커널 (kernel)을 사용하는 톤 예약 기법을 제안한다. 제안된 기법에서 데이터 톤에 발생하는 왜곡이 압축 센싱 (compressed sensing; CS) 알고리즘 [2]을 통해 해결 가능하다는 것을 설명한다. 압축 센싱 알고리즘을 통해 데이터 톤에 발생하는 왜곡을 추정하여 제거하는 방법을 소개한다.

II. 본론

OFDM 시스템에서 N 개의 톤을 사용하는 데이터 심볼 블록 $\mathbf{X} = [X_0 X_1 \dots X_{N-1}]^T$ 의 이산 신호 $\mathbf{x} = [x_0 x_1 \dots x_{N-1}]^T$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi kn / TN}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (1)$$

L 은 오버샘플링 인수 (oversampling factor)를 나타낸다. \mathbf{x} 의 PAPR 값은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{PAPR}\{\mathbf{x}\} = \frac{|\mathbf{x}|_{\infty}^2}{E\{|\mathbf{x}_n|^2\}} \quad (2)$$

톤 예약 기법에서는 W 개의 톤이 데이터 전송 대신 신호의 PAPR 을 감소시키는 목적으로 사용된다. 톤 예약 기법을 적용한 OFDM 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \bar{x}_n &= x_n + c_n \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} (X_k + C_k) e^{j2\pi kn / TN}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \end{aligned} \quad (3)$$

$\mathbf{c} = [c_0 c_1 \dots c_{N-1}]^T$ 는 PAPR 감소 신호이다. $\mathbf{X} = [X_0 X_1 \dots X_{N-1}]^T$ 와 $\mathbf{C} = [C_0 C_1 \dots C_{N-1}]^T$ 는 각각 데이터 톤과 예약된 톤의 값들을 나타낸다. 신호 왜곡 방지를 위해 \mathbf{X} 와 \mathbf{C} 는 다음과 같이 직교의 관계를 갖는다.

$$X_k + C_k = \begin{cases} X_k, & \text{if } k \notin R \\ C_k, & \text{if } k \in R' \end{cases} \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (4)$$

R 은 예약된 톤들의 지표 집합을 나타낸다.

톤 예약 기법을 적용한 신호의 PAPR 은 다음과 같다.

$$\text{PAPR}\{\bar{\mathbf{x}}\} = \frac{|\bar{\mathbf{x}} + Q_c \mathbf{C}|_{\infty}^2}{E\{|\bar{x}_n|^2\}} \quad (5)$$

Q_c 은 IFFT 행렬의 부분 행렬로서 IFFT 행렬로부터 예약된 톤들의 지표에 대응되는 행들을 선택하여 얻는다.

톤 예약 기법에서는 신호의 최대값을 최소화하는 복소 벡터 $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 을 찾는 것을 목적으로 한다.

$$\hat{\mathbf{C}} = \arg \min_{\mathbf{C}} \|\bar{\mathbf{x}} + Q_c \mathbf{C}\|_{\infty} \quad (6)$$

(6)에 대한 최적의 해법을 찾는 것은 계산량이 매우 크다. 이를 해결하기 위해 적은 계산량을 사용하는 준 최적의 알고리즘이 제안되었다. 이 알고리즘은 예약된 톤으로부터 생성된 커널을 신호의 PAPR 을 감소시키기 위해 반복적으로 사용한다. 알고리즘을 완료한 후의 PAPR 감소 신호 \mathbf{c} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{c} = \sum_{i=1}^I (|x^{(i)}_{\tau_i}| - \gamma) e^{j\theta_{\tau_i}} \mathbf{p}_{(\tau_i)} \quad (7)$$

I 는 알고리즘의 총 반복 횟수, $\mathbf{x}^{(i)} = \{x^{(i)}_n\}$ 은 $i-1$ 번째 반복 단계까지 알고리즘이 적용된 신호를 나타낸다. τ_i 와 θ_{τ_i} 는 $\mathbf{x}^{(i)}$ 의 최대값의 위치와 위상을 각각 나타낸다. γ 는 PAPR 목표 한계에 대응하는 크기를 나타낸다. $\mathbf{p} = [p_0 p_1 \dots p_{N-1}]^T$ 는 알고리즘에 사용되는 커널을 나타낸다. $\mathbf{p}_{(\tau_i)}$ 는 \mathbf{p} 가 τ_i 만큼 순환 이동된 벡터이다. 커널 \mathbf{p} 는 주파수 영역 벡터 $\mathbf{P} = [P_0 P_1 \dots P_{N-1}]^T$ 의 IFFT 연산 결과이다.

$$P_k = \begin{cases} 0, & \text{if } k \notin R \\ 1, & \text{if } k \in R \end{cases} \quad (8)$$

커널 \mathbf{p} 는 신호의 PAPR 감소 성능에 영향을 미치는 중요한 요소이다. \mathbf{p} 의 모양이 임펄스에 가까울수록 최대값을 제외한 다른 값들에 영향을 주는 정도가 작아지기 때문에 PAPR 감소 성능은 향상된다.

본 논문에서는 PAPR 감소 성능이 향상되는 변형된 모양의 커널을 제안한다. 제안된 커널 $\mathbf{s} = [s_0 s_1 \dots s_{N-1}]^T$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$s_n = \begin{cases} p_n, & \text{if } n = 0 \\ \beta p_n, & \text{if } n \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$

β 는 $0 < \beta < 1$ 을 만족시키는 인수이다. 제안된 커널 \mathbf{s} 는 기존의 커널과 비교하여 임펄스에 더 비슷한 모양을 갖게 된다. 이는 제안된 커널의 PAPR 감소 성능이 향상됨을 의미한다.

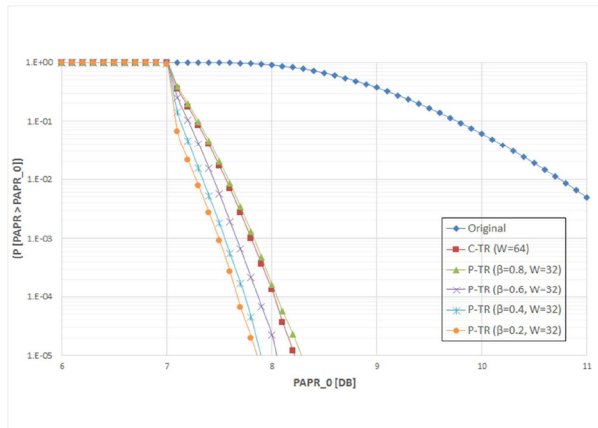


그림 1 제안된 기법의 PAPR 감소 성능

그림 1은 모의 실험을 통해 제안된 기법의 PAPR 감소 성능을 나타낸 것이다. OFDM 시스템의 부반송파의 수는 512개이고, 16 QAM의 상성도를 사용하였다. 제안된 기법(32개의 예약 톤 사용)은 기존의 톤 예약 기법(64개의 예약 톤 사용)과 비교하여 절반의 예약 톤을 사용하면서 더 향상된 PAPR 감소 성능을 나타낸다. 따라서 데이터 전송률 측면에서 제안된 기법이 더 효율적이다. β 가 작아질수록 커널은 뾰족해지기 때문에 PAPR 감소 성능이 향상되는 것을 확인할 수 있다.

제안된 기법은 PAPR 감소 성능이 향상되지만 데이터 톤에 잡음을 발생시킨다. 이 잡음의 원인은 (9)에 IFFT 연산을 수행하여 주파수 영역에서 확인할 수 있다.

$$S_k = \sum_{n=0}^{N-1} s_n e^{-\frac{j2\pi kn}{N}} = (1-\beta)p_0 + \beta p_0 = \begin{cases} (1-\beta)p_0, & \text{if } k \notin R \\ (1-\beta)p_0 + \beta, & \text{if } k \in R \end{cases} \quad (10)$$

데이터 톤 ($k \notin R$)의 $(1-\beta)p_0$ 이 알고리즘을 수행한 후에 데이터 톤에 더해지는 잡음의 원인이 된다.

하지만 잡음의 크기는 일반적으로 데이터와 비교하여 상대적으로 매우 작아 비트 오류율 (bit error rate; BER) 성능에 큰 영향을 주지 않는다. 또한 잡음은 시간 영역에서 성감 (sparsity)의 성질을 갖기 때문에 압축 센싱 기법을 통해 잡음을 추정하여 제거할 수 있다.

제안된 커널 \mathbf{s} 를 사용한 알고리즘을 수행한 후 데이터 톤 ($k \notin R$)에 발생하는 왜곡은 다음과 같이 표현된다.

$$C_k = \sum_{i=1}^I \left\{ -\frac{S_k}{p_0} (|x^{(i)}_{\tau_i}| - \gamma) e^{j\theta_{\tau_i}} \right\} e^{-\frac{j2\pi k\tau_i}{N}} \quad (11)$$

수신단에서 예약된 톤의 값들로 이루어진 벡터를 입력으로 하여 압축 센싱 알고리즘을 수행하면 (9)의 왜곡을 추정하여 제거할 수 있다. AWGN 채널을 가정하였을 경우, 수신단에서 W 개의 예약 톤 ($k \in R$)의 값은 다음과 같이 표현된다.

$$C_k = \sum_{i=1}^I b_i e^{-\frac{j2\pi k\tau_i}{N}} + N_k \quad (12)$$

N_k 는 가산된 채널 노이즈를 나타낸다. (12)로 표현되는 W 개의 예약 톤을 입력으로 하여 압축 센싱 알고리즘을 수행하면 b_i 와 τ_i 를 추정해낼 수 있다. 추정한 b_i 와 τ_i 를 (11)에 대입하여 각 데이터 톤에 더해진 예약 톤 알고리즘 왜곡을 찾아내어 제거할 수 있다.

III. 결론

본 논문에서는 OFDM 신호의 PAPR을 감소시키기 위하여 변형된 모양의 커널을 사용하는 톤 예약 기법을 제안하였다. 제안된 기법은 기존의 기법과 비교하여 PAPR 감소 성능을 향상시키고 모의 실험을 통해 성능의 우수성을 확인하였다. 또한 변형된 커널을 사용함으로써 발생하는 왜곡을 압축 센싱 기법을 사용하여 제거할 수 있는 방법을 소개하였다.

참고 문헌

[1] J. Tellado, Multicarrier Modulation with Low PAR: Applications to DSL and Wireless. Norwell, MA:Kluwer, 2000.
 [2] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 53, no. 12, pp. 4655-4666, Dec. 2007.