3-유저 가우시안 정수 간섭 채널에서의 Lattice 부호를 사용한 간섭정렬의 자유도 최적화

*김호연 *김재홍 *문영식 *윤종윤 *노종선

*서울대학교

{ferui, kilmd55, myskill, yjy998}@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr

Degrees of freedom optimization of interference alignment with Lattice codes for 3-user integer Gaussian interference channel

*Ho-Youn Kim, *Jae-Hong Kim, *Young-Sik Moon, *Jong-Yoon Yoon *Jong-Seon No

*Seoul National Univ.,

요 약

본 논문에서는 송신단이 3 개이고 수신단이 3 개인 3-유저 가우시안 간섭 채널에서 Lattice 부호를 사용하는 간섭정렬 (interference alignment) 기법을 고려한다. 본 논문에서는 이러한 시스템에 사용하는 빔포머를 수신신호의 채널 상태에 따라 선택하는 기법에서 자유도를 최적화할 수 있음을 보인다.

.

Ⅰ. 서 론

이전 연구들에서 강한 간섭환경에서 Lattice 부호를 활용하여 간섭정렬을 했을 때 이득이 있다는 것이 알려져있다. 논문 [1]에서 다중 유저 가우시안 정수 간섭 채널에서 Lattice 부호를 사용하여 간섭정렬을 하는 기법을 제안하였다. 논문 [2]에서는 Lattice 부호를 활용하였을 때 최대 자유도가 유저당 1/2 임을 증명하였다. 논문 [1]에서 제안한 방법을 활용하면서, 높은 자유도를 얻는 것이 본 논문의 목적이다. 본 논문에서는 3-유저 가우시안 정수 간섭채널에서 Lattice 부호를 사용하는 간섭 정렬 기법에서 자유도를 최적화 할 수 있는 기법을 제안한다.

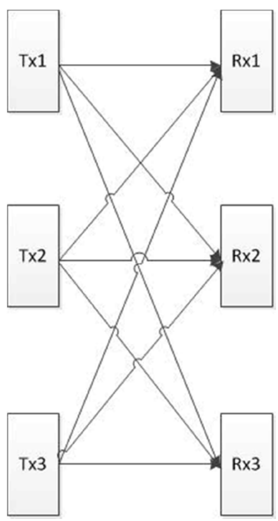

그림 1 3-유저 가우시안 정수 간섭 채널

Ⅱ. 본론

Ⅱ.1 시스템 모델

본 논문에서는 그림 1 과 같이 3-유저 가우시안 정수 간섭 채널을 고려한다. 직경로의 채널 값은 1 로 가정한다. 각 수신단의 수신 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_i = X_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{3} h_j X_j + N_i$$

h_j 는 j 번째 송신단에서 i 번째 수신단으로 가는 채널 값이며, 1 보다 큰 정수 값을 가정한다.

N_i는 i 번째 수신단에서의 잡음이고, 평균이 0 이고 분산이 1 인 연속 복소 가우시안 확률분포를 따른다고 가정한다.

Lattice 부호를 활용하여 간섭정렬을 다중 유저 정수 채널에서 할 때 사용되는 변수는 아래와 같다.

$$a_i = \gcd(h_j, h_k)$$
$$a_j = \frac{h_j}{a_i}$$
$$b_i = \gcd(a_j r_j, a_k r_k)$$
$$d_i = \gcd(r_i, a_i b_i)$$
$$W_i = \frac{1}{d_i}\left\{ r_i\left(\frac{a_i b_i}{d_i} - 1\right) + \sum_{j\neq i}^{3} h_j r_j \left(\frac{a_j b_j}{d_j} - 1\right)\right\} + 1$$
$$W = \max_i \{W_i\}$$

r_i는 송신단 i 의 빔포머이며, 임의의 양의 정수이다.

이 때, 사용자 i 의 전송률은 아래와 같이 주어진다.

$$R_i = \frac{\frac{1}{2}\log(P)\log\left(\frac{a_i b_i}{d_i}\right)}{\log(W)}$$

따라서, 유저 i 의 자유도는 다음과 같다.

$$DoF_i = \frac{\log\left(\frac{a_i b_i}{d_i}\right)}{2\log(W)}$$

II.2 Lattice 부호를 활용한 간섭 정렬

사용자 i 의 송신단에서 보내는 Lattice 부호는 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$X_i = G_1\left(\frac{1}{q}G_2 s_i + z_i\right)$$

이 때, $G_1 \in \mathbb{R}^{n\times n}, G_2 \in \mathbb{Z}_q^n, s_i \in A_i, z_i \in \mathbb{Z}^n$ 이며 q는 아래조건을 만족하는 소수이다.

$$d_{max}W^l < q < 2d_{max}W^l, \qquad (d_{max} = \max_i\{d_i\})$$

A_i는 아래와 같다.

$$A_i = \left\{s_i : s_i = r_i \sum_{j=0}^{l-1} t_i W^j, \qquad 0 \le t_i < \frac{a_i b_i}{d_i}\right\}$$

수신단에서 Lattice 디코딩 기법을 활용하여, 가우시안 잡음을 제거하면, 수신단에서 아래와 같은 f_i를 얻을 수 있다.

$$f_i = \left[g^{-1}\{qG_1^{-1}(X_i + a_i a_j X_j + a_i a_k X_k)\}_1\right] \bmod q$$

$\{A\}_1$ 는 A 의 첫 번째 원소이며, $g = \{G_2\}_1$ 이다. 논문 [1]의 lemma 2 에 의하여, 아래와 같은 계산을 통하여 우리는 X_i를 다시 얻을 수 있다.

$$X_i = \frac{1}{q}G_1 G_2 s_i \bmod \Lambda_c$$

이 때, $\Lambda_c = G_1\mathbb{Z}^n$ 이다.

II.3 빔포머 최적화

기존 기법에서는 빔포머를 임의로 선택하는 기법들을 사용하였다. 논문 [1]에서 Lattice 부호를 활용할 시에 II.2 에 따라, 빔포머를 설정하여 A_i를 각 사용자에게 최대한 Lattice 상에서 거리를 가지게 할당할 수 있다면, 전송률 측면에서 이득을 가질 수 있을 것으로 생각된다.

유저 i의 자유도는 다음과 같다.

$$DoF_i = \frac{\log\left(\frac{a_i b_i}{d_i}\right)}{2\log[\max_i \frac{1}{d_i}\left\{r_i\left(\frac{a_i b_i}{d_i} - 1\right) + \sum_{j\neq i}^{3} h_j r_j\left(\frac{a_j b_j}{d_j} - 1\right)\right\} + 1]}$$

분자/분모의 로그값 내부를 보면, 분자/분모의 d_i의 차수가 각각 -1과 -2임을 알 수 있으며, 그로 인해 r_j, r_k의 값이 정해졌을 때 d_i의 값이 커질수록 자유도 값이 커질 것으로 예상할 수 있다.

$$d_i = \gcd(r_i, a_i b_i) = \gcd\{r_i, a_i * \gcd(a_j r_j, a_k r_k)\}$$

이므로 d_i값을 크게 하기 위해서는 $r_i = r_j * r_k$일 때 가능하다는 것을 알 수 있다.

따라서, 각 사용자에게 최대한 구별되는 정수집합을 빔포머를 통해 할당할 수 있다는 것에서 시작하여 사용자 1 과 2 에게는 빔포머로 소수 값을 할당하고, 나머지 사용자에게 앞서 할당한 두 빔포머 값의 곱을 할당한다면, 전송률 측면에서 이득을 얻을 수 있을 것이다.

II.4 모의실험 결과

본 절에서 제안한 빔포머 선택기법을 사용한 시스템의 성능을 자유도 관점에서 모의실험을 통하여 비교한다. 그림 1 과 같은 시스템에서 제안한 빔포머 선택기법을 적용한 경우와 적용하지 않은 경우의 시스템 총 전송전력은 같으며 각각의 송신단은 동일한 전송전력을 사용하였다.

$\mathbf{r_1, r_2, r_3}$	평균 전송 자유도
$r_1 = 1, r_2 = 1, r_3 = 1$	0.5
r_i,=1~100 사이의 임의의 값	0.1192
$r_1 = 2, r_2 = 3, r_3 = 5$	0.4160
$r_1 = 2, r_2 = 3, r_3 = 6$	0.8523

II.5 추가 연구 내용

모의실험 결과를 보았을 때, 기존 기법들에 비해 제시된 기법이 실제로 자유도 측면에서 향상이 있음을 알 수 있으며, 표의 마지막 두 항목을 살펴보면, 실제로 제안된 기법이 의미를 가짐을 확인할 수 있다.

논문 [2]에 의하면, 현재 Lattice 부호를 활용하여 얻을 수 있는 최대 자유도는 사용자당 1/2 이다. 이 사실을 기반으로, 기존 기법을 포함해 제안된 기법도 아직 그 값에 미치지 못하는 것을 확인할 수 있다. 이 것은 채널 피드백을 통해서 향상시킬 수 있을 것으로 예상되며 현재 이 부분에 대한 연구를 진행 중이다.

III. 결론

본 논문에서는 3-유저 가우시안 정수 간섭채널에서 Lattice 부호를 사용한 간섭정렬 기법에서 자유도를 최적화 하는 방법을 제시하였다. 모의실험을 통해 제안한 빔포머 선택기법을 통해 자유도를 기존 기법에 비해서 2 배 가까이 향상시켰음을 보였다.

참 고 문 헌

[1] Amin Jafarian, and Sriram Vishwanath, “Gaussian Interference Networks: Lattice Alignment” in Information Theory Workshop, 2010.

[2] Or Ordentlich and Uri Erez, “On the Robustness of Lattice Interference Alignment,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 59, no.5, pp.2735-2759, May. 2013.