

두 개의 테일바이팅 LDPC 부호를 연결하여 만든 변형된 공간 결합 LDPC 부호의 생성 기법

곽희열, 전보환, 양필용, 노종선, 신동준*

서울대학교, *한양대학교

{ghy1228, netjic, yangpw}@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr, *djshin@hanyang.ac.kr

Construction Method for Modified Spatially Coupled LDPC Codes by Connecting Two Tail-Biting LDPC Codes

Heeyoul Kwak, Bohwan Jun, Pilwoong Yang, Jong-Seon No, and Dong-Joon Shin*
Seoul National Univ., *Hanyang Univ.

요약

본 논문에서는 최근에 소개된 spatially coupled LDPC 부호의 변형으로써 두 개의 tail-biting LDPC 부호를 연결한 부호를 제안한다. 제안한 부호는 기존 spatially coupled LDPC 부호보다 향상된 임계값을 가짐과 유한한 길이에서의 우수한 성능을 보임을 모의 실험을 통해 검증한다.

I. 서론

기존 저밀도 패리티 체크 부호(low density parity check:LDPC) 블록(block) 부호의 복호 방식으로 최적의 성능을 내지만 복잡도가 높은 MAP(maximum a posteriori) 복호 방식과 최적의 성능은 아니지만 복잡도가 낮은 BP(belief propagation) 복호 방식이 존재한다. 최근 소개된 spatially coupled LDPC(SC LDPC) 부호는 LDPC 블록 부호의 MAP 복호 임계값 성능을 BP 복호기로도 달성할 수 있다는 것이 밝혀져 주목을 받았다[1]. 이를 임계값 포화(threshold saturation) 효과라고 한다.

SC LDPC 부호는 단일 LDPC 부호 여러 개를 연결한 것이다. 최근 SC LDPC 부호의 유한한 길이에서의 성능 향상을 위해서 단일 LDPC 부호를 새로운 방식으로 연결한 부호가 제안되었다[2]. 본 논문에서도 이와 같은 변형된 SC LDPC 를 제안하고 이 부호가 기존 SC LDPC 부호보다 더 좋은 성능을 보임을 검증한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II 장에서는 SC LDPC 부호를 소개하고, III장에서는 변형된 SC LDPC 부호를 소개한다. IV장에서는 변형된 SC LDPC 의 임계값 성능과 유한한 길이에서의 성능을 살펴본 후 마지막으로 결론을 맺는다.

II. SC LDPC 부호

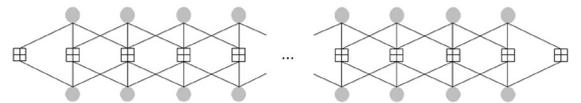
(d_l, d_r, L) SC LDPC 부호는 단일 (d_l, d_r) LDPC 부호 L 개를 연결한 것으로 정의한다. 연결된 SC LDPC 부호에는 총 $L + d_l - 1$ 개의 위치가 존재하는데 양 끝 $d_l - 1$ 개의 위치에 존재하는 체크 노드의 차수는 다른 체크 노드의 차수보다 낮다. 낮은 차수의 체크노드는 신뢰도 높은 정보를 생성하므로 SC LDPC 부호는 양

끝에서 신뢰도가 높은 정보를 생성하고 이 정보가 내부로 전파되는 특성을 지니고 있다.

<그림 1>은 $(3,6,L)$ SC LDPC 부호의 protograph 와 이를 간단하게 표현한 그림이다. 간단한 표현 방식에서 체크 노드만 존재하는 위치는 네모로 표현하고 낮은 차수 체크 노드와 연결된 변수 노드가 존재하는 위치는 흰색 원으로 표현하였다. 나머지 위치들은 모두 검은색 원으로 표현하였다.

(d_l, d_r, L) SC LDPC 부호의 부호율은 다음과 같다.

$$R = \left(1 - \frac{d_l}{d_r}\right) - \frac{d_l}{d_r} \frac{d_l - 1}{L} \quad (1)$$



1 **2** **3** ... **L** **L+1** **L+2**
<그림 1> $(3,6,L)$ SC LDPC 부호의 protograph

III. 변형된 SC LDPC 부호

(d_l, d_r, L) 테일바이팅(tail-biting) LDPC 부호는 SC LDPC 의 양 끝 낮은 차수 체크 노드를 서로 겹침으로써 만들 수 있다. 그 결과 모든 위치의 체크 노드 차수와 변수 노드 차수는 (d_l, d_r) 로 일정하게 되고 성능 또한 (d_l, d_r) 일반 LDPC 부호와 동일하다. <그림 2>는 Tail-Biting LDPC 부호를 간단하게 표현한 것이다.

제안하는 부호는 $(d_l, d_r, L_s + \Delta)$ 테일바이팅 LDPC 부호 2 개를, Δ 개의 위치에 있는 변수 노드를 하나로 합치는 방식으로 만들 수 있다. 구체적으로 두 번째 테일바이팅 LDPC 부호에서 Δ 개 위치에 있는 변수 노드를 없애고 그

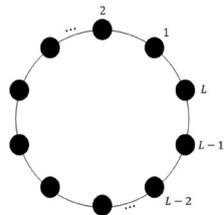
변수 노드와 연결되어 있던 에지들을 첫 번째 테일바이팅 LDPC 부호에서 Δ 개 위치에 있는 변수 노드로 연결한다. 그 결과 합쳐진 변수 노드가 있는 Δ 개의 위치에는 $2d_i$ 의 차수를 갖는 변수 노드가 생성된다. 이렇게 생성된 부호는 $L = 2L_s + \Delta$ 개의 단일 LDPC 부호를 연결한 변형된 SC LDPC 부호이다.

제안하는 (d_i, d_r, L, Δ) 부호는 체크 노드 차수는 일정하지만 변수 노드 차수는 일정하지 않는 성질을 지니고 있다. 또한, 높은 변수 노드 차수를 지닌 위치로부터 신뢰도 높은 정보가 생성되고 이 정보가 4 방향으로 전파되는 특성을 보이므로 신뢰도가 높은 정보가 전파되는 속도가 기존 SC LDPC 부호보다 빠르다는 장점을 보인다. <그림 3>은 $\Delta=2$ 인 경우 제안하는 부호의 간단한 표현이다. 회색 원은 변수 노드 차수가 높은 위치를 뜻한다.

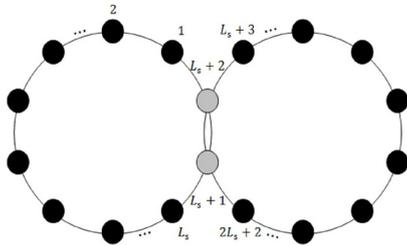
제안하는 (d_i, d_r, L, Δ) 부호의 부호율은 다음과 같다.

$$R_{SC} = \left(1 - \frac{d_i}{d_r}\right) - \frac{d_i \Delta}{d_r L} \quad (2)$$

따라서 SC LDPC 부호와 동일한 부호율을 갖기 위해선 Δ 와 $d_i - 1$ 과 같아야 한다.



<그림 2> (d_i, d_r, L) Tail-Biting LDPC 부호



<그림 3> $(d_i, d_r, L, 2)$ 연결된 Tail-Biting LDPC 부호

V. 모의 실험 결과

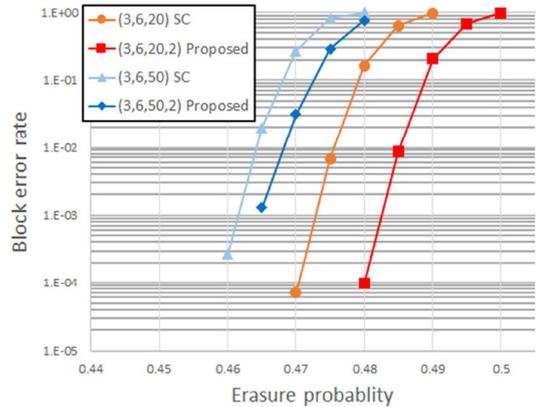
모의 실험으로 제안된 부호의 임계값과 유한한 길이의 성능을 측정한다. 사용된 부호는 $(3,6,L)$ SC LDPC 부호와 $(3,6,L,2)$ 제안하는 부호이다. 모든 L 에 대해서 두 부호의 부호율은 동일하다.

이진 소거 채널에서의 임계값은 PEXIT 방법을 사용하여 도출하였고 결과는 <표 1>과 같다[3]. $12 \leq L \leq 20$ 구간에서 제안하는 부호의 임계값이 기존 SC 부호에 비해 향상되었고, L 이 매우 큰 범위에서는 두 부호 모두 임계값이 MAP 임계값으로 수렴하였다.

L	12	14	16	18	20	50
Rate	0.417	0.429	0.437	0.444	0.450	0.480
SC	0.495	0.490	0.489	0.488	0.488	0.488
Proposed	0.499	0.496	0.494	0.495	0.494	0.488

<표 1> 이진 소거 채널에서의 임계값

유한한 길이의 성능은 $L = 20$, 부호 길이 40000 인 부호와 $L = 50$, 부호 길이 50000 인 부호를 이진 소거 채널에서 검증하였다. 복호 방식은 BP 복호 방식을 수행하였고 최대반복횟수는 300 번이다. 결과는 <그림 4>와 같다. $L = 20$ 인 경우 임계값의 차이 이상으로 성능 차이를 확인할 수 있고, $L = 50$ 인 경우는 임계값이 동일함에도 유한한 길이에서의 성능이 향상 되었다. 이를 통해 제안하는 부호가 임계값뿐만 아니라 유한한 길이에서의 성능 또한 우수함을 알 수 있다.



<그림 4> 이진 소거 채널에서 유한한 길이를 갖는 부호의 Block error 확률

VI. 결론

본 논문에서는 기존 SC LDPC 부호와 다른 방식으로 LDPC 부호를 연결하는 변형된 SC LDPC 부호를 제안하였다. 제안하는 부호는 두 개의 테일바이팅 LDPC 부호를 연결하여 생성하며, 기존 SC LDPC 부호와 다른 차수 분포를 가지고 있어 신뢰도 높은 정보가 전파되는 방식에서 장점을 지닌다. 이에 따라 제안하는 부호가 임계값 수치의 향상과 유한한 길이에서의 성능이 기존 SC LDPC 부호에 비해 우수함을 모의 실험을 통하여 검증하였다.

참고 문헌

[1] Kudekar, Shrinivas, Thomas J. Richardson, and Rüdiger L. Urbanke. "Threshold saturation via spatial coupling: Why convolutional LDPC ensembles perform so well over the BEC." *Inform. Theory*, vol. 57, no.2, pp. 803-834, Feb.2011.

[2] P. M. Olmos, D. G. M. Mitchell, D. Truhachev, and D. J. Costello, Jr., "Improving the finite-length performance of spatially coupled LDPC codes by connecting multiple code chains," *arXiv preprint*, Feb. 2014.

[3] Liva, Gianluigi, and Marco Chiani. "Protograph LDPC codes design based on EXIT analysis." *Global Telecommunications Conference, 2007. GLOBECOM'07. IEEE*. IEEE, 2007.