

직교 주파수 분할 다중화 시스템에서의 침두 감소 신호의 최소자승근사를 이용한 톤 예약 기법

*이강석°, *김기훈, *우준영, *노종선, **신동준

*서울대학교 전기정보공학부, 뉴미디어통신공동연구소, **한양대학교 전자통신컴퓨터공학부

Tone Reservation Scheme Using Least Squares Approximation of Peak Canceling Signals in OFDM Systems

*Kang-Seok Lee°, *Ki-Hoon Kim, *Jun-Young Woo, *Jong-Seon No, and **Dong-Joon Shin

*Department of ECS, INMC, Seoul National University

**Department of ECE, Hanyang

University

[kanseo, kkh,](mailto:kanseo@kkh.snu.ac.kr)

[jiwoo}@ccl.snu.ac.kr, \[jsno@snu.ac.kr, \\[djshin@hanyang.ac.kr\\]\\(mailto:djshin@hanyang.ac.kr\\)\]\(mailto:jsno@snu.ac.kr\)](mailto:jiwoo@ccl.snu.ac.kr)

요 약

본 논문에서는 최대 전력 대 평균 전력의 비 (PAPR; peak to average power ratio) 감소를 위한 톤 예약 (TR; tone reservation) 기법을 소개한다. 본 논문에서 소개되는 TR 기법은 기존의 기법과 비교하여 더 정확한 최소자승근사 (LSA; least squares approximation)를 사용하고, 이로부터 향상된 PAPR 감소 성능을 갖는 침두 감소 신호 (PCS; peak canceling signal)를 발생시킨다. 모의실험 결과는 제안된 기법이 계산복잡도의 증가 없이 PAPR 감소 성능이 향상되는 것을 나타낸다.

1. 서론

직교 주파수 분할 다중화 (orthogonal frequency division multiplexing; OFDM) 시스템은 고속 데이터 전송에 적합하여 널리 쓰이고 있다. 하지만 시간 영역에서의 OFDM 신호는 높은 최대 전력 대 평균 전력 비 (peak-to-average power ratio; PAPR)를 갖는다. 높은 PAPR 을 갖는 OFDM 신호는 비선형 증폭기를 통과하면서 대역 외 방사 및 대역 내 왜곡의 문제점을 발생시킨다.

OFDM 신호의 PAPR 문제를 해결하기 위한 여러 가지 PAPR 감소 기법들이 제안되어 왔다. 톤 예약 (tone reservation; TR) 기법은 PAPR 감소 기법 중 하나로, TR 에서 예약된 톤들은 데이터 전송의 역할 대신 침두 감소 톤 (peak reduction tone; PRT)으로 활용된다. PRT 를 사용하여 발생하는 침두 감소 신호 (PCS; peak canceling signal)는 PAPR 을 감소시킨다. 본 논문에서는 최소자승근사 (LSA; least squares approximation)를 사용하여 향상된 PAPR 감소 성능을 갖는 PCS 를 발생시키는 TR 기법을 제안한다. 제안된 기법은 기존의 기법과 비교하여 계산복잡도

의 증가 없이 PAPR 감소 성능을 향상시킬 수 있다.

2. 기존의 LSA-TR 기법

TR 에서 PCS 의 PAPR 감소 성능을 향상시키기 위해 LSA 를 사용하는 LSA-TR 이 제안되었다. [1] 일반적으로 TR 기법들은 클리핑 (clipping)을 기반으로 하며, LSA-TR 역시 클리핑을 사용한다. OFDM 심볼의 부반송파 개수를 N 개라고 하면, 클리핑이 적용된 신호 $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}(0), \tilde{x}(1), \dots, \tilde{x}(N-1)]^T$ 는 다음과 같은 방법으로 얻을 수 있다.

$$\tilde{x}(n) = \begin{cases} x(n), & \text{if } |x(n)| < A \\ Ae^{j\theta(n)}, & \text{if } |x(n)| \geq A \end{cases}$$

$\mathbf{x} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$ 는 기존의 OFDM 신호, A 는 클리핑 한계값, $\theta(n)$ 는 $x(n)$ 의 위상을 각각 나타낸다.

클리핑 적용 후에 발생하는 클리핑 잡음 $\mathbf{f} = [f(0), f(1), \dots, f(N-1)]^T$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$f(n) = \tilde{x}(n) - x(n)$$

초기 PCS $\mathbf{c} = [c(0), c(1), \dots, c(N-1)]^T$ 는 다음과

같은 방법으로 얻은 심볼 $\mathbf{c} = [C(0), C(1), \dots, C(N-1)]^T$ 을 IFFT 하여 발생시킨다.

$$C(k) = \begin{cases} F(k), & \text{if } k \in \mathcal{R} \\ 0, & \text{if } k \in \mathcal{R}^c \end{cases}$$

$\mathbf{F} = [F(0), F(1), \dots, F(N-1)]^T$ 는 클리핑 잡음 \mathbf{f} 를 FFT 하여 얻을 수 있다. 집합 $\mathcal{R} = \{k_0, k_1, \dots, k_{M-1}\}$ 은 M 개의 PRT들의 위치를 나타낸다.

LSA-TR에서는 다음의 식을 만족시키는 \mathbf{c}^{opt} 을 찾는 것을 목표로 한다. LSA-TR에서는 \mathbf{c} 에 곱해지는 단일 계수 p 을 사용한다. LSA-TR에서는 다음의 식을 만족하는 최적의 p 인 \hat{p} 을 찾는다.

$$\hat{p} = \arg \min_p \sum_{n \in \mathcal{P}} (p|c(n)| - |f(n)|)^2$$

집합 $\mathcal{P} = \{n_0, n_1, \dots, n_{L-1}\}$ 는 L 개의 0이 아닌 $f(n)$ 의 위치를 나타낸다.

\hat{p} 은 다음의 식을 사용하여 찾을 수 있다.

$$\hat{p} = \frac{\sum_{n \in \mathcal{P}} |c(n)| |f(n)|}{\sum_{n \in \mathcal{P}} |c(n)|^2}$$

LSA-TR에서는 \mathbf{c} 에 \hat{p} 을 곱한 새로운 PCS $\hat{p}\mathbf{c}$ 을 사용하여 PAPR 감소 기능을 수행한다.

\mathbf{c} 를 그대로 사용하는 기존의 기법들과 비교하여 LSA-TR은 크기가 더 큰 $\hat{p}\mathbf{c}$ 를 사용하기 때문에 TR의 반복적 알고리즘의 수렴 속도가 빠르다. 하지만 $pc(n)$ 들을 $f(n)$ 들에 근사하지 않고 $p|c(n)|$ 들을 $|f(n)|$ 들에 근사하였기 때문에 정확한 근사라고 볼 수 없다. 따라서 이러한 관점에서 LSA-TR 기법은 PAPR 감소 성능의 추가적인 개선의 여지가 남아 있다.

3. 제안하는 LSA-TR 기법

제안하는 LSA-TR (P-LSA-TR) 기법은 $n \in \mathcal{P}$ 에 대하여 $pc(n)$ 들을 $f(n)$ 들에 LSA를 적용하는 방법을 사용한다. 기존의 LSA-TR은 $g(p) = \sum_{n \in \mathcal{P}} (p|c(n)| - |f(n)|)^2$ 을 목적 함수로 사용한 것과 다르게, P-LSA-TR은 $e(p) = \sum_{n \in \mathcal{P}} |pc(n) - f(n)|^2$ 을 목적 함수로 사용한다. 따라서 $n \in \mathcal{P}$ 에 대하여 $pc(n)$ 을 $f(n)$ 에 근사시키는 관점에서 P-LSA-TR의 목적 함수 $e(p)$ 가 정확하고 이로부터 발생하는 PCS $\hat{p}\mathbf{c}$ 의 PAPR 감소 성능 향상을 기대할 수 있다.

P-LSA-TR에서는 다음의 식을 만족시키는 \hat{p} 을 찾는 것을 목표로 한다.

$$\hat{p} = \arg \min_p |pc(n) - f(n)|^2$$

\hat{p} 을 찾기 위해 목적 함수 $e(p)$ 를 변수 p 에 대해서 편미분하여 다음의 식을 유도한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial e(p)}{\partial p} &= \frac{\partial (\sum_{n \in \mathcal{P}} |pc(n) - f(n)|^2)}{\partial p} \\ &= \frac{\partial (\sum_{n \in \mathcal{P}} [p^2|c(n)|^2 + |f(n)|^2 - p(c(n)f(n)^* + c(n)^*f(n))])}{\partial p} \\ &= 2p \sum_{n \in \mathcal{P}} |c(n)|^2 - \sum_{n \in \mathcal{P}} (c(n)f(n)^* + c(n)^*f(n)) \end{aligned}$$

$c(n)^*$ 과 $f(n)^*$ 은 $c(n)$ 과 $f(n)$ 의 켈레 (conjugate)를 각각 나타낸다. 유도된 $\partial e(p)/\partial p$ 에 대해 $\partial e(p)/$

$\partial p = 0$ 을 만족시키는 p 가 LSA 관점에서의 최적의 p 인 \hat{p} 이 된다. 따라서 \hat{p} 은 다음의 식과 같다.

$$\hat{p} = \frac{\sum_{n \in \mathcal{P}} (c(n)f(n)^* + c(n)^*f(n))}{2 \sum_{n \in \mathcal{P}} |c(n)|^2}$$

P-LSA-TR에서는 기존의 PCS \mathbf{c} 에 \hat{p} 을 곱한 새로운 PCS $\hat{p}\mathbf{c}$ 를 PAPR 감소에 사용한다. 기존의 LSA-TR과 비교하여 P-LSA-TR은 계산복잡도의 증가 없이 PAPR 감소 성능을 향상시킬 수 있다.

4. 모의실험 결과

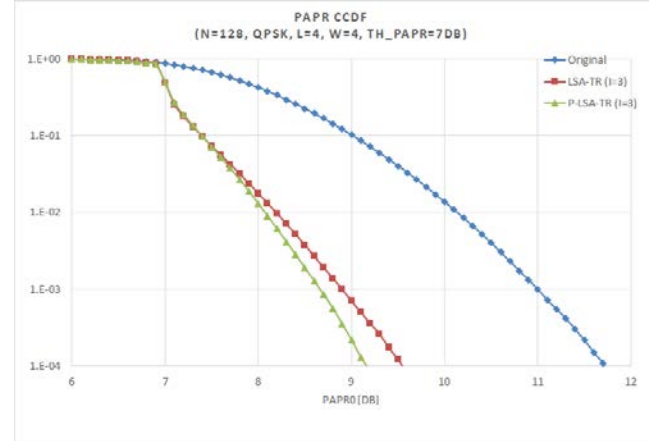


그림 1 제안하는 LSA-TR 기법의 PAPR 감소 성능

그림 1은 제안하는 LSA-TR 기법 (P-LSA-TR)의 PAPR 감소 성능에 대한 모의실험 결과이다. 모의실험에서 부반송파의 개수는 $N = 128$ 로 설정하였고, QPSK 변조를 사용하였다. PRT의 개수는 $W = 4$ 로 설정하였고, PAPR 한계값은 7dB로 설정하였다. PAPR의 보완적 누적 분포 함수 (complementary cumulative distribution function; CCDF)는 OFDM 신호의 PAPR 성능을 평가하는데 가장 널리 사용되는 척도이다. PAPR CCDF는 다음과 같이 계산된다.

$$\Pr(\text{PAPR} > \text{PAPR}_0) = 1 - \Pr(\text{PAPR} < \text{PAPR}_0)$$

그림 1은 원래의 OFDM 신호, LSA-TR을 적용한 신호, P-LSA-TR을 적용한 신호의 PAPR CCDF 곡선을 나타낸 것이다. P-LSA-TR을 적용하였을 경우의 OFDM 신호의 CCDF 곡선이 LSA-TR과 비교하여 왼쪽에 위치한다. 이는 P-LSA-TR의 PAPR 성능이 LSA-TR보다 뛰어나다는 것을 의미한다. 특히 $\Pr(\text{PAPR} > \text{PAPR}_0) = 10^{-4}$ 인 경우, P-LSA-TR의 PAPR_0 은 LSA-TR보다 약 0.4dB 작다.

5. 참고 문헌

- [1] D. W. Lim, S. J. Heo, and J. S. No, "An overview of peak-to-average power ratio reduction schemes for OFDM signals," *J. Commun. Netw.*, vol. 11, no. 3, pp.229-239, Jun. 2009.
- [2] H. Li, T. Jiang, and Y. Zhou, "An improved tone reduction scheme with fast convergence for PAPR reduction in OFDM systems," *IEEE Trans. Broadcast.*,

vol. 57, no. 4, pp. 902-906, Dec. 2011.