

윈도우 복호에 적합한 변형된 공간 결합 LDPC 부호 설계

곽희열, 전보환, 양필웅, 노종선

서울대학교

{ghy1228, netjic, yangpw}@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr

Construction of modified SC-LDPC codes for window decoding

Heeyoul Kwak, Bohwan Jun, Pilwoong Yang, Jong-Seon No
Seoul National Univ.

요 약

본 논문에서는 spatially coupled LDPC 부호의 변형된 부호에 적합한 윈도우 복호 (window decoding) 방식을 제안한다. 윈도우 복호 방식을 사용했을 시 기존 spatially coupled LDPC 부호보다 변형된 부호가 더 우수한 성능을 보임을 모의 실험을 통해 검증한다.

I. 서 론

최근 Spatially coupled low-density parity-check (SC-LDPC) 부호가 높은 성능으로 주목을 받고 있다. SC-LDPC 부호는 low-density parity-check (LDPC) 부호의 한 종류로써 LDPC 부호의 길쌈 (convolutional) 형태로 처음 제안이 되었다. 이후 SC-LDPC 부호가 블록 (block) LDPC 부호의 MAP (maximum a posteriori) 복호 임계값 성능을 달성한다는 것이 알려져 주목을 받았다 [1].

SC-LDPC 부호는 단일 LDPC 부호 여러 개를 연결하여 생성 할 수 있다. 최근 연결 상태를 변형한 새로운 SC-LDPC 부호가 제안되었고 기존 SC-LDPC 부호보다 성능이 더 좋다는 것이 밝혀졌다 [2]. 본 논문에서는 [2]에서 제안된 변형된 SC-LDPC 부호에 윈도우 복호 (window decoding) 방식 [3]을 사용하는 기법을 제안한다.

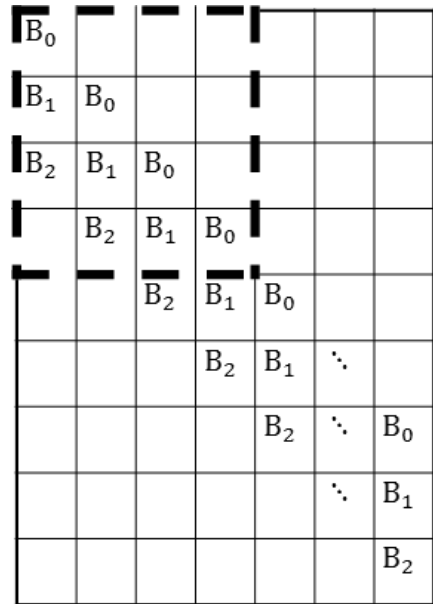
본 논문의 구성은 다음과 같다. II 장에서는 SC-LDPC 부호와 변형된 SC-LDPC 를 소개하고, III 장에서는 위 부호들에 적합한 윈도우 복호 방식을 소개한다. IV 장에서는 앞서 다룬 부호들에 윈도우 복호 방식을 사용했을 때 유한한 길이에서의 성능을 살펴본 후 마지막으로 결론을 맺는다.

II. SC LDPC 부호

SC LDPC 부호, $SC(d_l, d_r, L)$ 는 단일 (d_l, d_r) LDPC 부호 L 개를 연결하여 생성된다. 연결 방법은 random 하게 하는 방법 [1] 과 protograph 를 이용하여 하는 방법이 있다. 본 논문에서는 SC-LDPC 부호를 [2]에서와 같이 protograph 를 이용해 설계한다. 임의의 protograph 는 기반행렬(base matrix)로 표현 가능하다. <그림 1>은 $SC(d_l, d_r, L)$ 부호의 기반행렬이다. 이때 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$ 의 차수 분포는 (d_l, d_r) 이다.

$SC(d_l, d_r, L)$ 부호의 부호율은 다음과 같다.

$$R_{SC} = \left(1 - \frac{d_l}{d_r}\right) - \frac{d_l d_l - 1}{d_r L} \quad (1)$$



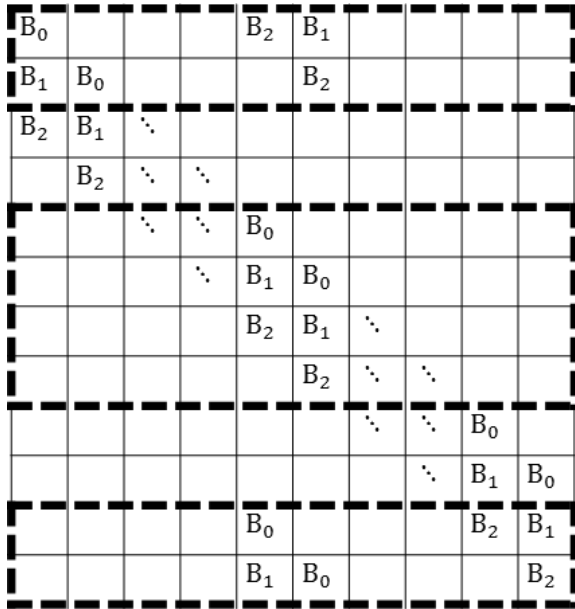
<그림 1> $SC(d_l, d_r, L)$ SC LDPC 부호의 기반행렬

[2]에서 제안하는 부호를 MSC-LDPC (modified SC-LDPC) 부호라고 하겠다. $MSC(d_l, d_r, L, \Delta)$ 부호는 2 개의 테일바이팅 LDPC 부호의 Δ 개 위치의 변수노드를 겹쳐서 만든다.

$MSC(d_l, d_r, L, \Delta)$ 부호의 부호율은 다음과 같다.

$$R_{MSC} = \left(1 - \frac{d_l}{d_r}\right) - \frac{d_l \Delta}{d_r L} \quad (2)$$

따라서 MSC-LDPC 부호가 SC LDPC 부호의 부호율 (1)과 동일한 부호율을 갖기 위해선 Δ 와 $d_i - 1$ 과 같아야 한다. <그림 2>는 MSC($d_l, d_r, L, \Delta = 2$)의 기반행렬이다.



<그림 2> MSC(3,6,L,Δ) 부호의 기반행렬

III. 윈도우 복호 방식

[3]에서 소개된 윈도우 복호 방식은 SC-LDPC 와 같이 패리티 체크 행렬이 convolutional 한 형태를 지니고 있을 때 낮은 복호 복잡도, 지연 (latency)를 얻기 위해 사용한다. 윈도우 크기 $W = 4$ 일 때 기존 윈도우 복호 방식은 <그림 1>에서 점선으로 표시한 작은 크기의 기반행렬에 대해서 첫 번째 복호를 진행한다.

반면 MSC-LDPC 에 대해서 윈도우 복호를 하기 위해서는 <그림 2>에서 점선으로 표시한 기반 행렬에 대해서 먼저 복호를 진행한다. 이를 위해서 표시된 기반 행렬에 해당하는 변수 노드를 전송측에서 먼저 전송한다. 이 기반 행렬에 해당되는 변수 노드들이 성공적으로 복호가 됐을 시 남은 부분에 대한 복호 과정은 기존 SC-LDPC 의 윈도우 복호 방식과 동일하게 진행 한다.

윈도우 복호 방식을 사용했을 때 SC-LDPC 에 적합한 B_i 의 선택 방법은 논문 [3] 에서 제안되었다. 논문 [3]에서 제안한 B_i 는 다음과 같다.

$$B_0 = [2 \ 2], B_1 = [1 \ 0], B_2 = [0 \ 1]$$

이와 유사한 방법으로 윈도우 복호 방식에 적합한 MSC-LDPC 의 B_i 들을 선택할 수 있으며 최적화 과정을 거친 B_i 는 다음과 같다.

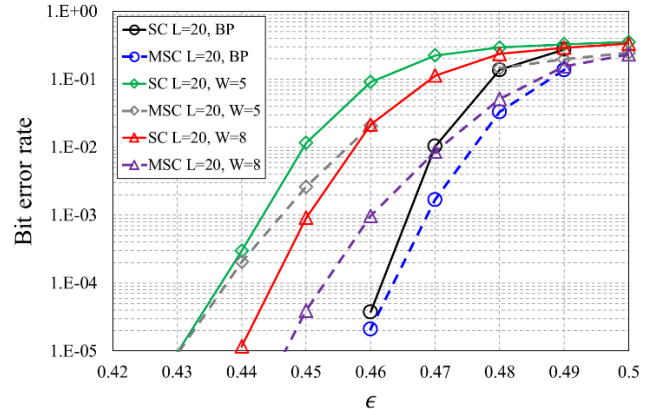
$$B_0 = [2 \ 0], B_1 = [1 \ 1], B_2 = [0 \ 2]$$

V. 모의 실험 결과

모의 실험으로 앞서 소개한 부호들을 윈도우 복호를 사용했을 시 유한한 길이의 성능을 알아본다. 사용된 부호는 SC(3,6,20), MSC(3,6,20,2) 부호이다. 두 부호의 부호율은 동일하다.

유한한 길이의 성능 위 기반 행렬을 lifting 하여 부호

길이 20000인 부호에 대해서 부호를 이진 소거 채널 (binary erasure channel) 에서 검증하였다. 복호 방식은 BP (belief propagation) 복호 방식 및 윈도우 복호 방식을 수행하였다. 결과는 <그림 3>과 같다. 그 결과 BP 복호 방식을 사용 했을 때와 윈도우 복호 방식을 두 가지 윈도우 크기 $W = 5, W = 8$ 에 대해 모두 MSC-LDPC 부호가 더 나은 성능을 보였다.



<그림 3> 이진 소거 채널에서 Block error 확률

VI. 결론

본 논문에서는 기존에 제안된 변형된 SC-LDPC 부호에 적합한 윈도우 복호 방식을 제한하였다. 기존 윈도우 복호 과정과는 첫 복호 시도가 다르다. 모의 실험 결과 윈도우 복호 방식을 사용했을 시에도 유한한 길이에서 변형된 SC-LDPC 부호가 기존 SC-LDPC 부호보다 더 나은 성능을 보임을 보였다.

참고 문헌

[1] S. Kudekar, T. J. Richardson, and R. L. Urbanke, "Threshold saturation via spatial coupling: why convolutional LDPC ensembles perform so well over the BEC," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 57, no. 2, pp. 803-834, Feb. 2011.

[2] 광희열, 전보환, 양필웅, 노종선, 신동준, "두 개의 테일바이팅 LDPC 부호를 연결하여 만든 변형된 공간 결합 LDPC 부호의 생성 기법", 한국통신학회 동계종합학술발표회, pp. 465-466, Jan. 2015.

[3] A. R. Iyengar, M. Papaleo, P. Siegel, J. Wolf, A. Vanelli-Coralli, and G. Corazza, "Windowed decoding of protograph-based LDPC convolutional codes over erasure channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 58, no. 4, pp. 2303-2320, Apr. 2011.