

# 체크 노드 분할에 의한 LDPC 부호의 새로운 메시지 전달 복호 알고리즘

정희원 김 성 환\*, 장 민 호\*, 종신회원 노 종 선\*, 준회원 홍 송 남\*\*, 종신회원 신 동 준\*\*

## New Message-Passing Decoding Algorithm of LDPC Codes by Partitioning Check Nodes

Sunghwan Kim\*, Min-Ho Jang\* *Regular Members*, Jong-Seon No\* *Lifelong Member*,  
Song-Nam Hong\*\* *Associate Member*, Dong-Joon Shin\*\* *Lifelong Member*

### 요 약

본 논문에서는 체크 노드 분할에 의한 low-density parity-check(LDPC) 부호의 새로운 직렬 메시지 전달 복호 알고리즘을 제안한다. 이 새로운 복호 알고리즘은 특히 적은 반복 횟수에 대하여 기존의 메시지 전달 복호 알고리즘<sup>[3],[7]</sup>의 비트 오류(BER) 성능보다 더 우수한 성능을 보인다. 체크 노드의 분할된 부분 집합의 개수가 증가함에 따라 비트 오류 성능이 보다 좋아진다는 사실을 분석적 결과로 확인할 수 있다. 또한 가우시안 근사화를 이용한 밀도 진화를 이용하여 변수 노드에서 메시지들의 평균값에 대한 재귀 방정식을 유도하고, 모의 실험을 이용하여 분석적인 결과를 검증하였다.

Key Words : Low-density parity-check(LDPC) codes, density evolution, Gaussian approximation, message-passing decoding algorithm

### ABSTRACT

In this paper, we propose a new sequential message-passing decoding algorithm of low-density parity-check (LDPC) codes by partitioning check nodes. This new decoding algorithm shows better bit error rate(BER) performance than that of the conventional message-passing decoding algorithm<sup>[3],[7]</sup>, especially for small number of iterations. Analytical results tell us that as the number of partitioned subsets of check nodes increases, the BER performance becomes better. We also derive the recursive equations for mean values of messages at variable nodes by using density evolution with Gaussian approximation. Simulation results also confirm the analytical results.

### I. 서 론

1960년대 Gallager에 의하여 고안된 low-density parity-check (LDPC) 부호<sup>[1]</sup>는 1996년 MacKay와 Neal에 의하여 재발견되었다<sup>[6]</sup>. 그 후로 LDPC 부호는 실용적인 복잡도를 가지면서도 채널 용량에

근접하는 성능을 가져서 최근 오류 정정 부호 분야에서 주요한 연구 주제가 되었다. 우수한 성능을 갖는 오류 정정 부호의 일종인 터보 부호와 비교할 때, LDPC 부호는 합-곱 알고리즘(sum-product algorithm)에 기반한 반복적 복호 알고리즘(메시지 전달 알고리즘)을 사용하여 보다 낮은 복호 복잡도를

※ 본 연구는 교육인적자원부, 산업자원부, 노동부의 출연금으로 수행한 최우수실험실지원사업과 BK21의 지원으로 수행되었습니다.

\* 서울대학교 전기컴퓨터공학부 부호 및 암호연구실 (nodoubt, mhjang)@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr

\*\* 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부 부호 및 통신 연구실 (sunny795@ccl.hanyang.ac.kr, djshin@hanyang.ac.kr)

논문번호 : KICS2005-05-185, 접수일자 : 2005년 5월 3일, 최종논문접수일자 : 2006년 4월 11일

가진다. 그러나 상대적으로 복호시 수렴 속도가 더 느리다는 단점을 가지고 있다.

최근 LDPC 복호기를 구현하기 위한 많은 연구들이 수행되었다. 일반적으로 LDPC 복호기의 하드웨어 구현은 병렬 처리 방식을 이용한다. 그러나 복호기가 병렬처리 방식으로 구현되기 힘든 시스템에서는 직렬 처리 방식이 이용된다. LDPC 복호기의 효율적인 직렬 복호 알고리즘과 하드웨어 구현이 [8]에 소개되었다. [8]에서 각각의 변수 노드와 그것의 이웃들 사이에 메시지는 체크 노드를 분리하지 않고 연속적으로 갱신된다. 기존의 병렬 처리 메시지 전달 복호 알고리즘에서는 목표로 하는 성능에 도달하기 위하여 많은 반복 횟수가 필요하지만 이는 높은 복호 복잡도를 야기한다. 목표로 하는 성능을 달성하면서 반복 횟수를 줄이기 위하여 우리는 LDPC 부호의 효율적인 직렬 메시지 전달 복호 알고리즘을 연구한다. 고정된 비트 오류율(BER)에 대하여, 새로운 복호 알고리즘에서 반복 횟수는 병렬 복호 알고리즘과 비교하여 본질적으로 줄어든다. 그러므로 제안하는 알고리즘은 낮은 복호 복잡도가 요구되는 무선 통신 시스템에 특히 유용하다.

새로운 직렬 메시지 전달 복호 알고리즘은 다음과 같이 간략하게 요약할 수 있다. 먼저 LDPC 부호의 체크 노드들을 적당하게 여러 부분 집합으로 분할하여 여러 개의 부그래프(subgraph)를 생성한다. 각각의 부그래프는 체크 노드들로 이루어진 하나의 부분 집합과 그와 연결되어 있는 변수 노드로 구성된다. 복호는 연속적인 순서로 각각의 부그래프에 메시지 전달 복호 알고리즘을 적용하여 수행될 수 있다. 새로운 알고리즘은 모든 그래프를 병렬 처리로 할 수 없는 환경하의 LDPC 복호기에서 효율적으로 채택될 수 있다. 한 번의 반복에서, 새로운 복호 알고리즘의 복잡도는 기존의 병렬 처리 복호 알고리즘에서의 그것과 같으나 새로운 복호 알고리즘의 수렴 속도는 더 빠르다.

## II. 새로운 직렬 메시지 전달 복호 알고리즘

우선  $(d_v, d_c)$  규격 LDPC 부호의 기존 메시지 전달 복호 알고리즘은 다음과 같이 요약할 수 있다. 하나의 체크 노드 (혹은 변수 노드)는 그것과 이웃한  $d_c$ 개의 이웃 (혹은  $d_v$ 개의 이웃과 그것과 관련된 채널 출력)에서 메시지를 받아 처리하고, 그것의 이웃에 다시 갱신된 메시지를 돌려보낸다. 하나의 변수 노드 혹은 체크 노드의 출력 메시지는 메시지가

보내질 선 (edge)에서 들어오는 메시지를 제외하고 그 노드로 들어오는 모든 메시지들의 함수이다.

이제 새로운 직렬 메시지 전달 복호 알고리즘을 소개하고자 한다. 기존의 반복 복호 알고리즘에서 각각의 반복은 2단계로 구분된다. 첫 번째 단계는 모든 변수 노드에서 메시지를 계산하여 각 체크 노드로 보내는 과정이고 두 번째 단계는 모든 체크 노드에서 메시지를 계산하여 각 변수 노드로 보내는 과정이다. 두 과정이 연속적으로 수행되고 이것이 한 번의 반복에 해당한다.

새로운 직렬 메시지 전달 복호 알고리즘은 우선 체크 노드가  $p$ 개의 부분 집합으로 분할된다고 가정한다. 먼저 변수 노드들로부터 첫 번째 부분 집합에 속하는 체크 노드들로 향하는 메시지가 갱신되고 바로 연속적으로 첫 번째 부분 집합에 속하는 체크 노드들로부터 메시지들이 이웃한 변수 노드로 갱신된다. 이 과정이 체크 노드들로 구성되어 있는 첫 번째 부분 집합에 대한 한 번의 반복에 해당한다. 이 과정이 남아있는  $p-1$ 개인 체크 노드의 부분 집합에 연속적으로 적용된다. 새로운 복호 알고리즘에서 한 번의 반복은 위에서 살펴본 바와 같이, 모든 변수 노드들과 체크 노드들로 구성되어 있는 모든 부분 집합들에 대한 직렬 메시지 갱신과 전달을 의미한다. 그러므로 새로운 복호 알고리즘에서 한 번의 반복에 대한 계산량은 명백히 기존의 복호 알고리즘의 계산량과 동일하다.

그림 1은  $p=2$ 일 때 길이가 8인 (2, 4) 규격 LDPC 부호에 대한 새로운 복호 과정을 보여준다. 여기서 원과 정사각형은 각각 변수 노드와 체크 노드를 나타낸다. 채널을 통과한 메시지들은 원 윗부분에 화살표로 나타내었다.

그림 1(b)에서 변수 노드에서 두 번째 부분 집합에 속해있는 체크 노드들의 메시지들은 그림 1(a)에서와 같이 이미 첫 번째 체크 노드 부분 집합으로부터 갱신되어 그 변수 노드로 들어오는 메시지들을 이용하여 갱신된다. 기존의 메시지 전달 복호 알고리즘에서  $l$ -번째 반복시 모든 변수 노드와 체크 노드의 메시지들은  $(l-1)$ -번째 갱신된 메시지들로 갱신되어 이웃에 전달된 메시지들을 이용하여 갱신된다.  $S_i, 1 \leq i \leq p$ ,를 체크 노드의  $i$ -번째 부분 집합이라고 하자. 새로운 복호 알고리즘에서  $l$ -번째 반복 과정에서,  $S_1, S_2, \dots, S_{i-1}$ 로부터  $l$ -번째 갱신된 메시지들과 남아있는 부분 집합들로부터  $(l-1)$ -번째 갱신된 메시지들이 변수 노드와  $S_i$ 에 속하는 체크 노드들 사이에  $l$ -번째 메시지 갱신을 위하여 사

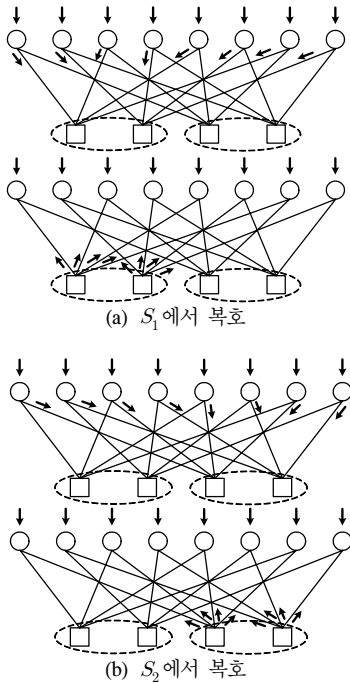


그림 1.  $p$ 가 2일 때 길이 8인 (2,4) 규칙 부호의 일회 반복 부호의 과정

용되었다. 이 점이 새로운 부호 알고리즘에서 빠른 수렴 속도를 보이는 이유이다.

### III. 가우시안 근사화를 이용한 밀도 진화에 의한 분석

가우시안 근사화를 이용한 밀도 진화는 메시지의 확률 밀도를 가우시안 또는 가우시안 혼합으로써 근사화하는 것에 기초한다<sup>[3]</sup>. 이것이 기존의 밀도 진화 방법 보다 분석하기가 쉬우며 계산적으로 빠르기 때문에 메시지 전달 부호 알고리즘의 추이를 조사하기에 유용한 방법이라 할 수 있다. 이 논문에서는 규칙  $(d_v, d_c)$  LDPC 부호만 고려한다. 불규칙 LDPC 부호에 대해서도 유사한 분석 방법이 적용될 수 있다. 기존의 부호 알고리즘에서 가우시안 근사화를 이용한 밀도 진화 방법이 [3]에 제시되어 있다.  $m_u$ 와  $m_v$ 는 각각  $u$ 와  $v$ 의 평균을 나타낸다고 가정한다. 아울러  $\phi(x)$ 는 다음과 같이 정의된 함수라고 가정한다.

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi m_u}} \int_R \tanh \frac{u}{2} e^{-\frac{(u-m_u)^2}{4m_u}} du, & \text{if } x > 0 \\ 1, & \text{if } x = 0 \end{cases} \quad (1)$$

### 3.1 임의의 분할에 대한 가우시안 근사화를 이용한 밀도 진화

우선 변수 노드와  $p$ 개의 분할된 체크 노드의 부분 집합 사이에 선은 임의로 연결되어 있다고 가정한다. 이것을 임의의 분할이라고 부르겠다.  $S_i, 1 \leq i \leq p$ ,를 체크 노드의  $i$ -번째 부분 집합이라고 하고,  $u_{S_i}$ 를  $S_i$ 에 속하는 하나의 체크 노드로부터 하나의 변수 노드로 보내진 메시지라고 하고  $m_{u_{S_i}}$ 를 그 메시지의 평균이라고 하자. 하나의 변수 노드로부터  $p$ 개의 부분 집합으로의 각각의 연결 방식에 대하여 변수 노드의 개수는 부호의 구조에 따라 변할 수 있다. 하지만 체크 노드 분할이 임의로 이루어진다고 생각할 것이기 때문에 우리는 변수 노드의 개수가 일정하다고 가정한다.

$(a_1, a_2, \dots, a_p)$ 를 하나의 변수 노드에서  $p$ 개의 부분 집합으로의 선의 분포라고 하자. 이때  $a_i$ 는 변수 노드로부터  $S_i$ 로 연결된 선의 개수를 나타낸다. 그러면 모든  $(a_1, a_2, \dots, a_p)$ 에 대하여 기존 메시지 전달 부호 알고리즘에서 변수 노드로부터  $S_i$ 로의 메시지의 평균은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{u_0} + (a_i - 1)m_{u_{S_i}}^{(l-1)} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p a_j m_{u_{S_j}}^{(l-1)}$$

여기서  $m_{u_0}$ 는 채널을 통과한 메시지의 평균이다. 새로운 직렬 메시지 전달 부호 알고리즘에서  $S_1$ 부터  $S_p$ 까지 연속적인 부호를 고려하여, 위의 식은 다음과 같이 바꿀 수 있다.

$$m_{u_0} + (a_i - 1)m_{u_{S_i}}^{(l-1)} + \sum_{j=1}^{i-1} a_j m_{u_{S_j}}^{(l)} + \sum_{j=i+1}^p a_j m_{u_{S_j}}^{(l-1)} \quad (2)$$

(2)에서 평균값을 가진 메시지들이  $S_i$ 로 전달될 확률은 (3)과 같다.

$$\frac{(d_v - 1)!}{a_1! a_2! \dots a_{i-1}! (a_i - 1)! a_{i+1}! \dots a_p!} \times \frac{1}{p^{d_v - 1}} \quad (3)$$

그러므로  $S_i$ 에서 체크 노드의 메시지들의 평균에 대한 재귀 방정식은 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$m_{u_s}^{(l)} = \phi^{-1} \left( 1 - \left[ 1 - \sum_{\substack{(a_1, \dots, a_p) \\ a_i \neq 0}} \frac{(d_v - 1)!}{a_1! a_2! \dots (a_i - 1)! \dots a_p! p^{d_v - 1}} \right. \right. \\ \left. \left. \times \phi \left( m_{u_0} + (a_i - 1) m_{u_s}^{(l-1)} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \sum_{j=1}^{i-1} a_j m_{u_s}^{(l)} + \sum_{j=i+1}^p a_j m_{u_s}^{(l-1)} \right) \right] \right)^{d_c - 1} \quad (4)$$

### 3.2 균일 분할에 대한 가우시안 근사화를 이용한 밀도 진화

이제 한 변수 노드로부터 선들이 부분 집합  $S_1, S_2, \dots, S_p$  사이에 가능하면 균일하게 분포되어 있는 경우를 고려하자. 이런 경우를 균일 분할이라고 부를 것이다.

#### 3.2.1 $p < d_v$ 인 경우

$d_v$ 를  $b \cdot p + r$ 로 나타내자. 이때  $b$ 는 양의 정수이고  $r$ ,  $0 \leq r \leq p - 1$ 은 음이 아닌 정수이다. 이때  $(a_1, a_2, \dots, a_p)$ 를 구성하는  $a_i$ 는  $b$  또는  $b + 1$ 이다. 그러면 모든  $(a_1, a_2, \dots, a_p)$ 에 대하여 새로운 메시지 전달 복호 알고리즘에서 변수 노드로부터  $S_i$ 로의 메시지들의 평균은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{u_0} + (a_i - 1) m_{u_s}^{(l-1)} + \sum_{j=1}^{i-1} a_j m_{u_s}^{(l)} + \sum_{j=i+1}^p a_j m_{u_s}^{(l-1)} \quad (5)$$

(5)에서 평균값을 가지는 메시지들이  $S_i$ 로 전달 될 확률은 다음과 같다.

$$\frac{a_i}{b \times {}_{p-1}C_r + (b+1) \times {}_{p-1}C_{r-1}} \quad (6)$$

$S_i$ 에서 체크 노드의 메시지들의 평균에 대한 재귀 방정식은 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$m_{u_s}^{(l)} = \phi^{-1} \left( 1 - \left[ 1 - \sum_{(a_1, \dots, a_p)} \frac{a_i}{b \times {}_{p-1}C_r + (b+1) \times {}_{p-1}C_{r-1}} \right. \right. \\ \left. \left. \times \phi \left( m_{u_0} + \sum_{j=1}^{i-1} a_j m_{u_s}^{(l)} + \sum_{j=i+1}^p a_j m_{u_s}^{(l-1)} \right) \right] \right)^{d_c - 1}$$

#### 3.2.2 $p \geq d_v$ 인 경우

이 경우에 하나의 변수 노드로부터  $p$ 개의 부분

집합으로의 다른 형태로 연결 가능한 개수는  ${}_p C_{d_c}$ 이다. 하나의 변수 노드로부터 적어도 하나의 선이  $S_i$ 에 연결되어 있다고 가정하자. 이 때  $a_i$ 는 0 또는 1이 되므로 모든  $(a_1, a_2, \dots, a_p)$ 에 대하여 새로운 메시지 전달 복호 알고리즘에서 변수노드로부터  $S_i$ 로의 메시지들의 평균은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{u_0} + \sum_{j=1}^{i-1} a_j m_{u_s}^{(l)} + \sum_{j=i+1}^p a_j m_{u_s}^{(l-1)} \quad (7)$$

(7)에서 평균값을 가지는 메시지들이  $S_i$ 로 전달 될 확률은  $\frac{1}{{}_{p-1}C_{d_c-1}}$ 와 같다.

$S_i$ 의 체크 노드에서 메시지들의 평균에 대한 재귀 방정식은 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$m_{u_s}^{(l)} = \phi^{-1} \left( 1 - \left[ 1 - \sum_{(a_1, \dots, a_p)} \frac{1}{{}_{p-1}C_{d_c-1}} \right. \right. \\ \left. \left. \times \phi \left( m_{u_0} + \sum_{j=1}^{i-1} a_j m_{u_s}^{(l)} + \sum_{j=i+1}^p a_j m_{u_s}^{(l-1)} \right) \right] \right)^{d_c - 1}$$

### 3.3 $p = 2$ 일 때 밀도 진화

한 예로써, (3, 6) 규칙 LDPC 부호의 체크 노드들을  $S_1$ 과  $S_2$ 로 분할하여 (4)에서 처럼 메시지들의 평균에 대한 재귀 방정식을 유도해보자. 또한 체크 노드들의 좋은 분할 방법을 설명하려고 한다.

먼저, 변수 노드들과  $S_1$ 과  $S_2$ 상의 체크 노드들 사이에 선들이 임의로 연결되어 있다고 가정하자. 이런 경우에 변수 노드들과 체크 노드로 구성되어 있는 두 개의 부분 집합 사이에  ${}_2 H_3 = 4$ 개의 서로 다른 형태의 연결 방식이 존재한다. 변수 노드로부터  $S_1$ 상의 체크 노드들로의 메시지들의 평균은  $1/2, 1/4, 1/4$ 의 확률로 각각  $m_{u_0} + m_{u_{S_1}} + m_{u_{S_2}}, m_{u_0} + 2m_{u_{S_1}}, m_{u_0} + 2m_{u_{S_2}}$  중 하나로 주어질 것이다. 유사하게 변수 노드로부터  $S_2$ 상의 체크 노드들로의 메시지들의 평균도  $1/2, 1/4, 1/4$ 의 확률로 각각  $m_{u_0} + m_{u_{S_1}} + m_{u_{S_2}}, m_{u_0} + 2m_{u_{S_1}}, m_{u_0} + 2m_{u_{S_2}}$  중 하나로 주어질 것이다. 그러면  $S_1$ 과  $S_2$ 상의 체크 노드들로부터 변수 노드들로의 메시지들의 평균에 대한 재귀 방정식은 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$m_{u_{s_1}}^{(l)} = \phi^{-1} \left( 1 - \left[ 1 - \frac{1}{4} \phi \left( m_{u_0} + 2m_{u_{s_1}}^{(l-1)} \right) - \frac{1}{4} \phi \left( m_{u_0} + 2m_{u_{s_2}}^{(l-1)} \right) - \frac{1}{2} \phi \left( m_{u_0} + m_{u_{s_1}}^{(l-1)} + m_{u_{s_2}}^{(l-1)} \right) \right]^5 \right)$$

$$m_{u_{s_2}}^{(l)} = \phi^{-1} \left( 1 - \left[ 1 - \frac{1}{4} \phi \left( m_{u_0} + 2m_{u_{s_1}}^{(l-1)} \right) - \frac{1}{4} \phi \left( m_{u_0} + 2m_{u_{s_2}}^{(l-1)} \right) - \frac{1}{2} \phi \left( m_{u_0} + m_{u_{s_1}}^{(l-1)} + m_{u_{s_2}}^{(l-1)} \right) \right]^5 \right)$$

각각의 변수 노드가 두 체크 노드 부분집합에 연결되는 가짓수는 4가지이므로 다음과 같은 4가지 다른 변수 노드의 평균값이 존재한다.

$$\begin{aligned} m_1 &= m_{u_0} + 3m_{u_{s_1}}^{(l)} & (8) \\ m_2 &= m_{u_0} + 2m_{u_{s_1}}^{(l)} + m_{u_{s_2}}^{(l)} \\ m_3 &= m_{u_0} + m_{u_{s_1}}^{(l)} + 2m_{u_{s_2}}^{(l)} \\ m_4 &= m_{u_0} + 3m_{u_{s_2}}^{(l)} \end{aligned}$$

다음으로 하나의 변수 노드로부터 선이 부분 집합  $S_1, S_2, \dots, S_p$  사이에 가능하면 균일하게 분포되어 있는 경우를 고려하자. 위의 예에 대하여, 변수 노드로부터 3개의 선들 중에 2개의 선은  $S_1$ 에 연결되어있으며 1개의 선은  $S_2$ 에 연결되어있다는 것을 의미한다.

변수 노드들로부터  $S_1$ 상의 체크 노드들로의 메시지들의 평균은 2/3와 1/3의 확률로 각각  $m_{u_0} + m_{u_{s_1}} + m_{u_{s_2}}$ 와  $m_{u_0} + 2m_{u_{s_1}}$ 라고 할 수 있다. 또한 변수 노드들로부터  $S_2$ 상의 체크 노드들로의 메시지들의 평균은 2/3와 1/3의 확률로 각각  $m_{u_0} + m_{u_{s_1}} + m_{u_{s_2}}$ 와  $m_{u_0} + 2m_{u_{s_2}}$ 이라고 할 수 있다.

그러면 부분 집합  $S_1$ 과  $S_2$ 를 고려한 재귀 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{u_{s_1}}^{(l)} = \phi^{-1} \left( 1 - \left[ 1 - \frac{1}{3} \phi \left( m_{u_0} + 2m_{u_{s_1}}^{(l-1)} \right) - \frac{2}{3} \phi \left( m_{u_0} + m_{u_{s_1}}^{(l-1)} + m_{u_{s_2}}^{(l-1)} \right) \right]^5 \right)$$

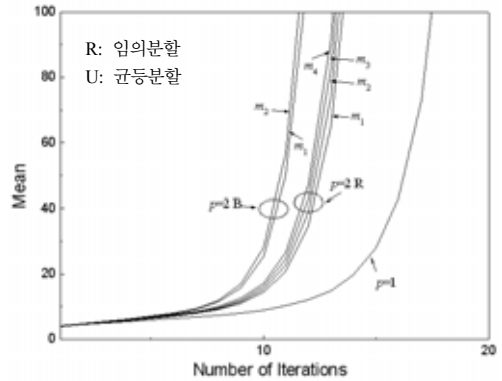
$$m_{u_{s_2}}^{(l)} = \phi^{-1} \left( 1 - \left[ 1 - \frac{1}{3} \phi \left( m_{u_0} + 2m_{u_{s_2}}^{(l-1)} \right) - \frac{2}{3} \phi \left( m_{u_0} + m_{u_{s_1}}^{(l-1)} + m_{u_{s_2}}^{(l-1)} \right) \right]^5 \right)$$

변수 노드에 대한 두 가지 평균값이 다음과 같이 존재하게 된다.

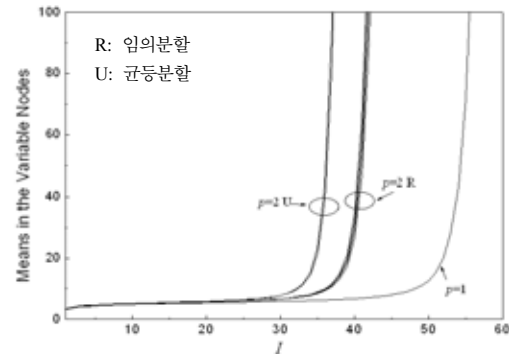
$$\begin{aligned} m_1 &= m_{u_0} + 2m_{u_{s_1}}^{(l)} + m_{u_{s_2}}^{(l)} & (9) \\ m_2 &= m_{u_0} + m_{u_{s_1}}^{(l)} + 2m_{u_{s_2}}^{(l)} \end{aligned}$$

식 (1)은 [3]에서처럼  $\phi(x) \approx e^{-0.4527x^{0.86} + 0.0218}$ 로 근사화할 수 있다. 그러면 (3, 6) 규칙 LDPC 부호의 메시지 전달 복호 알고리즘에 대한 문턱값은 0.8747이 된다. 이는 새로운 복호 알고리즘에 대한 문턱값과 동일하다. 위의 문턱값보다 작은 0.83 혹은 0.87의 표준 편차값을 가진 가산 백색 가우시안 잡음(AWGN) 채널 환경하에서, (3, 6) 규칙 LDPC 부호에 대하여 각각의 반복에서 평균값은 그림 2에서와 같이 얻어낼 수 있다. 반복의 횟수는  $l$ 로 표기하였다.

그림 2는 위에서 구한 (8)과 (9)식을 이용하여 실제 변수 노드에 해당하는 비트 신호의 평균값이 반복 횟수에 대한 진화 정도를 나타낸다. 그림 2에서 R과 U는 각각 임의 분할과 균등 분할을 나타내



(a)  $\sigma=0.83$ 인 경우



(b)  $\sigma=0.87$ 인 경우

그림 2. 반복 횟수에 따른 (3, 6) 규칙 LDPC 부호의 밀도 진화

고  $I$ 는 반복수를 나타낸다. 그림 2는 체크 노드들을 분할하는 것이 LDPC 부호의 메시지 전달 복호 알고리즘의 수렴 속도를 증가시킨다는 사실을 보여준다. 또한 LDPC 복호의 수렴 속도의 견지에서 임의 분할보다 균일 분할이 우수하다는 사실을 확인할 수 있다. 채널이 나빠짐에 따라 새로운 복호 알고리즘의 수렴 속도 이득은 점점 커진다.

#### IV. 모의 실험 결과

$p=1, 3, 4$ 인 LDPC 부호의 제안된 복호 알고리즘에 대한 모의 실험이 AWGN 채널에서 수행되었다. 그림 3은 변수 노드의 최대 차수(degree)를 8로 제한하여 차수 분포를 최적화함으로써 생성한 길이가 1000이고 부호율이 1/2인 불규칙 LDPC 부호의 비트 오류 (BER) 성능을 보여준다. 그림 4는 임의로 생성된 길이가 1000이고 부호율이 1/2인 (3, 6) 규칙 LDPC 부호의 비트 오류 성능을 나타낸다. 그림 3과 4에서 임의 분할로 새로운 복호 알고리즘이 사용되었다.

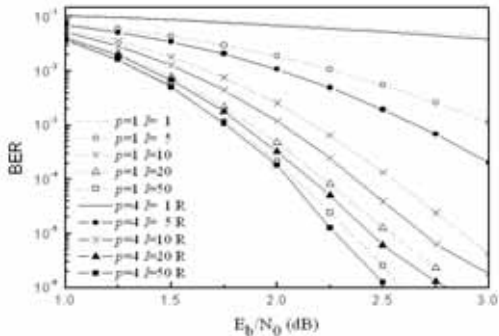


그림 3. 길이 1000, 부호율 1/2인 불규칙 LDPC 부호의 성능 및 임의 분할의 비트 오류 성능

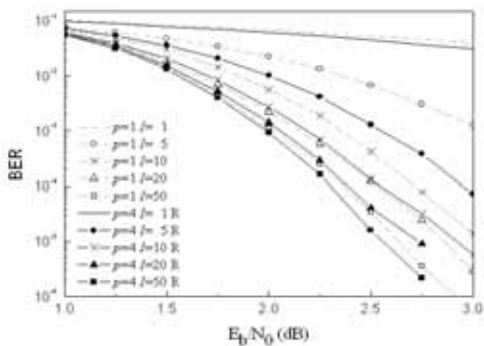


그림 4. 길이 1000, 부호율 1/2인 (3, 6) 규칙 LDPC 부호의 성능 및 임의 분할의 비트 오류 성능

그림 3과 4의 모의 실험 결과로부터 우리가 제안한 복호 알고리즘의 비트 오류 성능이 특히  $I=5$ 와 10에 대하여, 기존의 복호 알고리즘의 성능보다 우수함을 알 수 있다. 그러나  $I=50$ 에 대하여, 두 가지 복호 방법 모두가 충분한 반복 이득에 도달하기 때문에 비트 오류 성능 향상이 감소한다. 두 가지 복호 알고리즘은 모두 동일한 문턱값을 가진다는 사실에 주목하여야 한다.

그림 5와 6은 컴퓨터 조사로 생성한 길이가 4092이고 부호율이 1/2인 (3, 6) 규칙 QC LDPC 부호에 대하여 균일 분할을 이용하여 우리가 제안한 복호 알고리즘의 성능 향상을 보여준다.

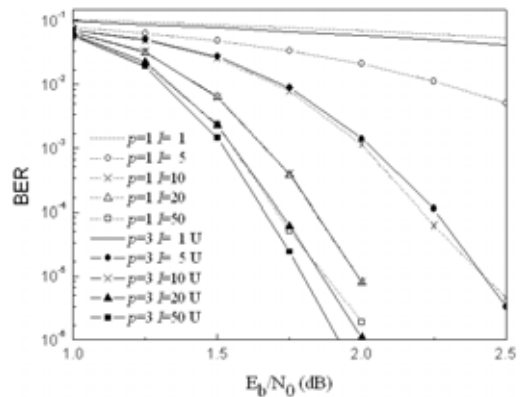


그림 5. 길이 4092, 부호율 1/2인 (3, 6) 규칙 QC LDPC 부호의 성능 및 균일 분할의 비트 오류 성능

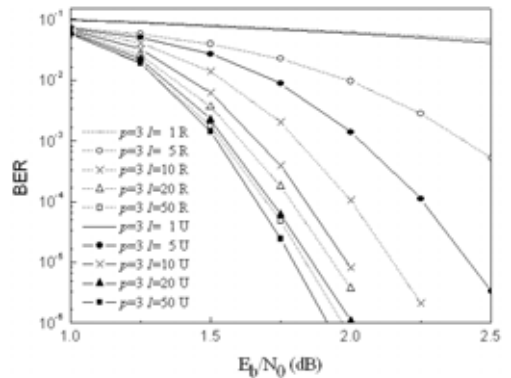


그림 6. 길이 4092, 부호율 1/2인 (3, 6) 규칙 QC LDPC 부호의 임의, 균일 분할의 비트 오류 성능

#### V. 결론

제안한 직렬 메시지 전달 복호 알고리즘은 적은 반복 횟수에 대하여 기존의 복호 알고리즘보다 성능이 우수하다. 이는 제안된 알고리즘은 복호 복잡

도를 증가시키지 않고 수렴 속도를 개선한다는 사실을 의미한다. 우리가 제안한 복호 알고리즘의 빠른 수렴의 이유를 가우시안 근사화를 이용한 밀도 진화의 분석에 의하여 조사하였다. 게다가 제안된 알고리즘은 Tanner 그래프로 표현 가능한 어떤 부호에도 적용될 수 있다. 그러므로 LDPC 부호의 새로운 복호 알고리즘은 실제 복호기를 구현하는데 사용될 수 있다.

참 고 문 헌

[1] R. G. Gallager, *Low-density parity-check codes*, Cambridge, MA: MIT Press 1963.

[2] R. Tanner, "A recursive approach to low complexity code," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 27, pp. 533-547, Sept. 1981.

[3] S.-Y. Chung, *On the construction of some capacity-approaching coding schemes*, PhD thesis, MIT, Sept. 2000.

[4] M. Fossorier, "Quasi-cyclic low-density parity-check codes from circulant permutation matrices," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 8, pp. 1788-1793, Aug. 2004.

[5] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H.-A. Loeliger, "Factor graphs and the sum-product algorithm," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 533-547, Feb. 2001.

[6] D. J. C. Mackay and R. M. Neal, "Near Shannon limit performance of low density parity check codes," *IEEE Electron. Lett.*, vol. 32, no. 18, pp. 1645-1646, Aug. 1996.

[7] T. Richardson and R. Urbanke, "The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, pp. 599-618, Feb. 2001.

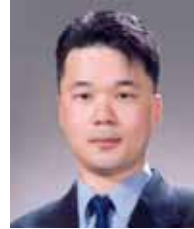
[8] M. Cocco, J. Dielissen, M. Heijligers, A. Hekstra, and J. Huisken, "A scalable architecture for LDPC decoding," in *Proc. DATE'04*, pp. 88-93, Feb. 2004.

[9] T. Richardson, M. Shokrollahi, and R. Urbanke, "Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes,"

*IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, pp. 619-637, Feb. 2001.

김 성 환 (Sunghwan Kim)

정회원



1999년 2월 서울대학교 전기공학부 공학사  
 2001년 2월 서울대학교 대학원 전기공학부 공학석사  
 2005년 8월 서울대학교 대학원 전기.컴퓨터공학부 공학박사  
 2005년 10월~현재 Georgia

Institute of Technology 박사후 과정

<관심분야> 디지털통신, 오류정정부호, LDPC 부호, 암호학

장 민 호 (Min-Ho Jang)

정회원



2002년 8월 연세대학교 기계.전자공학부 전기전자 공학전공 공학사  
 2004년 8월 서울대학교 전기.컴퓨터공학부 공학석사  
 2004년 9월~현재 서울대학교 전기.컴퓨터공학부 박사과정

<관심분야> 디지털통신, 오류정정부호, LDPC 부호, OFDM

노 종 선 (Jong-Seon No)

종신회원



1981년 2월 서울대학교 전자공학과 공학사  
 1984년 2월 서울대학교 대학원 전자공학과 공학석사  
 1988년 5월 University of Southern California, 전기공학과 공학박사

1988년 2월~1990년 7월 Hughes Network Systems, Senior MTS

1990년 9월~1999년 7월 건국대학교 전자공학과 부교수  
 1999년 8월~현재 서울대학교 전기.컴퓨터공학부 정교수

<관심분야> 시퀀스, 오류정정부호, LDPC 부호, OFDM, 이동통신, 암호학

홍 승 남 (Song-Nam Hong)

준회원



2003년 2월 한양대학교 전자.전  
기.컴퓨터공학부 공학사  
2005년 2월 한양대학교 전자.통  
신.전파공학부 공학석사  
2005년 3월~현재 삼성전자통신  
연구소 표준연구팀  
<관심분야> 디지털통신, Iteratively

decodable codes

신 동 준 (Dong-Joon Shin)

중신회원



1990년 2월 서울대학교 전자공학  
과 공학사  
1991년 12월 Northwestern niver-  
sity, 전기공학과 공학석사  
1998년 12월 University of out-  
hern California, 전기공학과 공  
학박사

1999년 1월~1999년 4월 Research Associate(USC)

1999년 4월~2000년 8월 Hughes Network systems,  
MTS

2000년 9월~현재 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부 조  
교수

<관심분야> 디지털통신, 이산수학, 시퀀스, 오류정정부  
호, 암호학