유연한 LCZ와 집합 크기를 갖는 새로운 이진 LCZ 수열 집합의 생성

준회원 김 영 식*, 장 지 웅*, 종신회원 노 종 선**, 정 하 봉***

New Constructions of Binary LCZ Sequence Sets With Flexible LCZ and Set Size

Young-Sik Kim*, Ji-Woong Jang* ***Associate Members***,
Jong-Seon No*, Ha-Bong Chung** ***Lifelong Members***

요 약

이 논문에서는 파라미터 $(2^{n+1}-2, M, L, 2)$를 갖는 새로운 낮은 상관 구역 수열을 생성한다. 이 방식에서는 자유롭게 낮은 상관 구간의 길이 L을 선택할 수 있으며, 이에 따라서 집합의 크기 M이 결정이 된다. 그리고 이 생성 방식을 사용하게 되면 선택된 낮은 상관 구간의 길이 L과 집합의 크기 M이 Tang, Fan, 그리고 Matsufuji 한계를 기준으로 최적에 가까운 집합을 생성할 수가 있다.

Key Words : Binary sequences, Flexible low correlation zone, Low correlation zone, PN sequences, QS-CDMA system

ABSTRACT

In this paper, we construct new LCZ sequence sets with parameters $(2^{n+1}-2, M, L, 2)$. In this scheme, we can relatively freely choose the LCZ length L and the resulting LCZ sequence set has the size M, which is nearly optimal with respect to Tang, Fan, and Matsufuji bound.

I. 서 론

부호 분할 다중 접속 (code division multiple access) 시스템에서는 많은 사용자들이 Gold 수열군과 같은 좋은 상관 특성을 갖는 의사 불규칙 수열을 사용해서 무선 자원을 공유할 수 있다. 하나의 Gold 수열 집합은 주어진 집합의 크기와 주기에 대해서 이론적인 하한을 만족하는 최대의 상관 값을 갖는다는 의미에서 Sidel'nikov 한계에 대해서 최적인 수열이다[1]. 이 하한은 대략 수열의 주기의 2배의 제곱근과 같다. 그래서 수열군이 최적이라고 하더라도 자기상관과 상호상관 값은 상대적으로 큰 값을 갖게 된다. 그래서 최적의 수열군을 사용한다고 하더라도 상당한 양의 다중 접속 간섭이 생길 수 있다.

Gaudenzi, Elia, 그리고 Vilola는[2] 준동기 부호 분할 다중 접속 시스템(QS-CDMA)을 제안하였다. 이 시스템에서는 서로 다른 사용자간의 수 칩 이내의 시간 지연이 허용되고 이것은 무선 통신 시스템을 설계하는데 더 큰 유연성을 제공해 준다.

※ 본 연구는 교육인적자원부, 산업자원부, 노동부의 출연금으로 수행한 최우수실험실지원사업과 정보통신부의 출연금으로 수행하고 있는 과제의 연구결과입니다.
* 삼성전자(kingsi@ccl.snu.ac.kr, stasera@ccl.snu.ac.kr), ** 서울대학교 전기・컴퓨터공학부 및 뉴미디어통신공동연구소(jsno@snu.ac.kr)
*** 홍익대학교 전자전기공학부(habchung@hongik.ac.kr)
논문번호 : KICS2006-10-417, 접수일자 : 2006년 10월 11일, 최종논문접수일자 : 2007년 2월 6일

QS-CDMA 시스템을 위한 수열 집합을 설계할 때 가장 중요한 문제는 전체적인 상관 값의 최대값을 최소화 시키는 것이 아니라 원점 근처에서 낮은 상관 구역을 (low correlation zone) 갖는 것이다. 사실 구역 안에서 작은 상관 값을 갖는 LCZ 수열은 다른 잘 알려진 최적의 상관 특성을 갖는 수열군보다도 더 좋은 성능을 보여주었다[3].

S가 주기가 N인 M개의 수열의 집합이라 하자. 만일 S에 있는 임의의 두 개의 수열들 사이의 상관함수의 크기가 offset τ의 구간 $-L<\tau<L$안에서 ϵ보다 작거나 같은 값을 갖는다면 S는 (N,M,L,ϵ) LCZ 수열 집합이라 부른다. Long, Zhang, 그리고 Hu는[3] Gordon-Mills-Welch (GMW) 수열을 사용해서 이진 LCZ 수열 집합을 제안하였다. 소수 p에 대해서 Tang과 Fan은[4] Long의 연구에서 각각의 수열의 알파벳 크기를 확장해서 p진 LCZ 수열을 제안하였다. Kim, Jang, No, 그리고 Chung은[5] 최적의 4진 LCZ 수열 집합을 제안하였다. 그리고 Jang, No, Chung, 그리고 Tang은[6] 새로운 최적의 p진 LCZ 수열 집합을 생성하였다. 최근에 Jang, No, 그리고 Chung은[7] unified 수열을 사용해서 최적의 p^2진 LCZ 수열 집합을 생성하는 방법을 발견하였다[8]. 또한 LCZ 수열의 특수한 경우라 할 수 있는 $\epsilon=0$인 ZCZ 수열에 대한 연구도 진행되어 왔다[9],[10].

이 논문에서는 파라미터 $(2^{n+1}-2, M, L, 2)$를 갖는 새로운 낮은 상관 구역 설계 방식을 제안한다. 이 방식에서는 자유롭게 낮은 상관 구간의 길이 L을 선택할 수 있으며, 이에 따라서 집합의 크기 M이 결정이 된다. 그리고 선택된 낮은 상관 구간의 길이 L과 M은 Tang, Fan, 그리고 Matsufuji 한계를 기준으로 최적에 가까운 집합을 생성할 수가 있다.

Ⅱ. 새로운 수열 집합의 설계

$N=2^{n+1}-2$라 하자. Z_N이 modulo N인 정수의 집합이라 하자. 즉, $Z_N=\{0,1,\cdots,N-1\}$이다. $a(t)$가 이상적인 자기상관 특성을 갖는 주기가 2^n-1인 이진수열이라 하자. D_u는 $a(t-u)$인 특성 집합이라 하자. 즉,

$$D_u=\{t \mid a(t-u)=1,\ 0\le t\le 2^n-2\}=D_0+u$$

이다. 여기서 $u=Z_{2^n-1}$, $D_0+u=\{d+u \mid d\in D_0\}$, 그리고 "+"는 modulo 2^n-1 덧셈을 의미한다. $\overline{D_u}=Z_{2^n-1}\setminus D_u$라 하자. $a(t)$의 균형성으로부터 다음을 얻는다.

$$|D_u|=2^{n-1} \tag{1}$$

$$|\overline{D_u}|=2^{n-1}-1 \tag{2}$$

$a(t)$의 difference-balance 성질로부터 $u\neq v$에 대해서 다음 식이 성립한다.

$$|D_u\cap D_v|=2^{n-2} \tag{3}$$

$$|D_u\cap \overline{D_v}|=2^{n-2} \tag{4}$$

$$|\overline{D_u}\cap \overline{D_v}|=2^{n-2}-1 \tag{5}$$

중국인의 나머지 정리로부터 동형사상 ϕ: $w\rightarrow(w \bmod 2,\ w \bmod 2^n-1)$ 에 의해 $Z_N\cong Z_2\otimes Z_{2^n-1}$가 성립한다. 여기서 $\otimes$는 direct product이다. 논문에서 우리는 $w\in Z_N$과 $(w \bmod 2,\ w \bmod 2^n-1)$을 같은 의미로 사용할 것이다.

$u\in Z_{2^n-1}$에 대해서 C_u가 다음과 같은 Z_N의 부분 집합이라 하자.

$$C_u\cong 0\otimes A_u\cup 1\otimes D_{1-u} \tag{6}$$

여기서 A_u는 D_u 또는 $\overline{D_u}$이다. 그러면 다음 식이 성립한다.

$$|C_u|=\begin{cases}|D_u|+|D_{1-u}|=2^n, & \text{if } A_u=D_u\\ |\overline{D_u}|+|D_{1-u}|=2^n-1, & \text{if } A_u=\overline{D_u}\end{cases} \tag{7}$$

$s_u(t)$가 다음과 같이 정의되는 C_u의 특성 수열이라 하자.

$$s_u(t)=\begin{cases}1, & t\in C_u\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

A_u에 따라서 Z_N의 두 개의 서로 다른 부분 집합 중 하나가 될 수 있는 C_u처럼 수열 $s_u(t)$도 하나는 2^n개의 1을 갖고 다른 하나는 2^n-1개의 1을 갖는 두 개의 서로 다른 수열 중 하나가 될 수 있다. 이진 수열 $s_u(t)$와 $s_v(t)$의 상관 함수 $R_{u,v}(\tau)$는 다음과 같이 정의된다.

$$R_{u,v}(\tau)=\sum_{t=0}^{N-1}(-1)^{s_u(t)+s_v(t+\tau)}$$

$d_{u,v}(\tau)=|C_u\cap(C_v+\tau)|$라 하자. 여기서 $\tau\in Z_N$, $C_v+\tau=c+\tau|\ c\in C_v$, 그리고 "+"는 modulo N 덧셈을 의미한다. 그러면 다음의 보조정리를 얻을 수 있다.

보조정리 1. 상관 함수 $R_{u,v}(\tau)$는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$R_{u,v}(\tau)=N-2(|C_u|+|C_v|-2d_{u,v}(\tau))$$

□

이제 (6)에서의 C_u의 두 개의 특성 수열의 집합을 정의하자.

정의 2. 집합 U_1는 $A_u=D_u$인 C_u의 모든 특성 수열 $s_u(t)$, $1\le u<2^{n-1}$의 집합이다. 마찬가지로 $A_u=\overline{D_u}$인 C_u의 모든 특성 수열 $s_u(t)$, $1\le u<2^{n-1}$의 집합을 U_2라 부른다.

□

다음 정리는 정의 2에서의 수열들 사이의 상관값을 보여준다.

정리 3. $U_1\cup U_2$에서의 두 개의 수열 $s_u(t)$와 $s_v(t)$ 사이의 상관 함수는 다음과 같다.

경우 1) $s_u(t), s_v(t)\in U_1$

i) $u\ne v$

$$R_{u,v}(\tau)=\begin{cases}2^n-2, & \text{for }\tau=(0,u-v),(0,v-u),\\ & (1,u+v-1),(1,1-u-v)\\ -2, & \text{otherwise}\end{cases}$$

ii) $u=v$

$$R_{u,v}(\tau)=\begin{cases}2^{n+1}-2, & \text{for }\tau=0\\ 2^n-2, & \text{for }\tau=(1,2u-1),(1,1-2u)\\ -2, & \text{otherwise}\end{cases}$$

경우 2) $s_u(t)\in U_1$, $s_v(t)\in U_2$

i) $u\ne v$

$$R_{u,v}(\tau)=\begin{cases}-2^n, & \text{for }\tau=(0,u-v),(1,1-u-v)\\ 2^n & \text{for }\tau=(0,v-u),(1,u+v-1)\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

ii) $u=v$

$$R_{u,v}(\tau)=\begin{cases}-2^n, & \text{for }\tau=(1,1-2u)\\ 2^n, & \text{for }\tau=(1,2u-1)\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

경우 3) $s_u(t), s_v(t)\in U_2$

i) $u\ne v$

$$R_{u,v}(\tau)=\begin{cases}2^n-2, & \text{for }\tau=(0,u-v),(0,v-u)\\ -2^n+2, & \text{for }\tau=(1,u+v-1),\\ & (1,1-u-v)\\ -2, & \text{for }\tau=(0,\tau_2),\tau_2\ne\pm(u-v)\\ 2, & \text{for }\tau=(1,\tau_2),\\ & \tau_2\ne\pm(u+v-1)\end{cases}$$

ii) $u=v$

$$R_{u,v}(\tau)=\begin{cases}2^{n+1}-2, & \text{for }\tau=0\\ -2^n+2, & \text{for }\tau=(1,2u-1),(1,1-2u)\\ -2, & \text{for }\tau=(0,\tau_2),\tau_2\ne 0\\ 2, & \text{for }\tau=(1,\tau_2),\tau_2\ne\pm(2u-1)\end{cases}$$

증명) $\tau=(\tau_1,\tau_2)\in Z_2\otimes Z_{2^n-1}$이라 하자. 정의 2로부터 $u+v\ne 1 \bmod 2^n-1$임은 자명하다. 그러면 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned}d_{u,v}(\tau)&=|C_u\cap(C_v+\tau)|\\&=|\{0\}\cap\{\tau_1\}||A_u\cap(A_v+\tau_2)|\\&\quad+|\{0\}\cap\{1+\tau_1\}||A_u\cap(D_{1-v}+\tau_2)|\\&\quad+|\{1\}\cap\{\tau_1\}||D_{1-u}\cap(A_v+\tau_2)|\\&\quad+|\{1\}\cap\{1+\tau_1\}||D_{1-u}\cap(D_{1-v}+\tau_2)|\\&=\begin{cases}|A_u\cap(A_v+\tau_2)|+|D_{1-u}\cap(D_{1-v}+\tau_2)|,\\ \qquad\qquad \text{for }\tau_1=0\\ |A_u\cap(D_{1-v}+\tau_2)|+|D_{1-u}\cap(A_v+\tau_2)|,\\ \qquad\qquad \text{for }\tau_1=1\end{cases}\end{aligned}\tag{8}$$

경우 1) $s_u(t),s_v(t)\in U_1$;

i) $u\ne v$

이 경우 $A_u=D_u$이고 $A_v=D_v$이다. 이로부터 (1)과 (3)을 (8)에 대입하면

$$d_{u,v}(\tau)=\begin{cases}2^{n-1}+2^{n-2}, & \text{for }\tau=(0,u-v),(0,v-u),\\ & (1,u+v-1),(1,1-u-v)\\ 2^{n-1}, & \text{otherwise}\end{cases}$$

를 얻을 수 있고, 따라서 다음 식이 성립한다.

$$R_{u,v}(\tau) = \begin{cases} 2^n - 2, & \text{for } \tau = (0, u-v), (0, v-u), \\ & (1, u+v-1), (1, 1-u-v) \\ -2, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ii) $u = v$

이 경우 마찬가지로 다음 식을 얻는다.

$$d_{u,u}(\tau) = \begin{cases} 2^n, & \text{for } \tau = 0 \\ 2^{n-1} + 2^{n-2}, & \text{for } \tau = (1, 2u-1), (1, 1-2u) \\ -2, & \text{otherwise} \end{cases}$$

따라서

$$R_{u,u}(\tau) = \begin{cases} 2^{n+1} - 2, & \text{for } \tau = 0 \\ 2^n - 2, & \text{for } \tau = (1, 2u-1), (1, 1-2u) \\ -2, & \text{otherwise} \end{cases}$$

경우 2)와 경우 3)은 각각 $A_u = D_u$, $A_v = \overline{D}_v$ 그리고 $A_u = \overline{D}_u$, $A_v = \overline{D}_v$이고 이것을 (8)에 대입하면 경우 1)과 유사하게 증명할 수가 있다.

□

여기서 경우 1)-ii)와 경우 3)-ii)는 자기상관 함수에 해당한다. 또한 $u = v$인 경우에 각각의 상관 함수에는 두 개의 sidelobe가 존재한다. 즉, $\epsilon = 2$을 넘는 상관 값이 두 개 있다. 그리고 다른 경우에는 총 네 개의 sidelobe가 존재한다. 다음의 예제는 생성과정을 보여준다.

예제 4. $n = 4$일 때, 주기가 15인 이진 m-수열을 다음과 같이 얻을 수 있다.

000100110101111

그러면 이 m-수열의 support 집합은 다음과 같이 주어진다.

$$D_0 = \{3, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14\}$$

$u = 6$인 경우에 다음 식이 성립한다.

$$D_6 = \{0, 2, 3, 4, 5, 9, 12, 13\}$$

그리고

$$D_{-5} = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 13\}$$

그래서 특성 집합

$$\begin{aligned} C_6 &= \{0\} \otimes D_6 \cup \{1\} \otimes D_{-5} \\ &= \{0, 1, 2, 4, 7, 9, 12, 13, 17, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 28\} \end{aligned}$$

을 갖는 수열 $s_6(t) \in U_1$는 다음과 같이 주어진다.

$$s_6(t) = 111010010100110001111101100010$$

여기서 특성 집합을 보면, 이 논문에서 제안한 interleaving 방식은 단순히 D_6을 짝수 위치에 그리고 D_{-5}를 홀수 위치에 대입하는 방식과는 분명히 다른 것을 알 수 있다.

마찬가지로 $v = 3$에 대해서 수열 $s_3(t) = U_1$을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$s_3(t) = 111001110111101010010000110100$$

$s_6(t)$와 $s_3(t)$사이의 상호 상관 값들은 다음과 같이 열거할 수 있다.

$$\begin{aligned} R_{6,3}(\tau) = &-2, -2, -2, -2, -2, -2, -2, 14, -2, -2, \\ &-2, -2, 14, -2, -2, -2, -2, -2, 14, -2, \\ &-2, -2, -2, 14, -2, -2, -2, -2, -2, -2 \end{aligned}$$

이 경우에 LCZ는 7이고 $\epsilon = 2$이다.

□

예제에서 살펴볼 수 있었던 것처럼 $U_1 \cup U_2$에 있는 수열들 사이의 상관 함수들에는 다양한 LCZ가 존재한다. 다음 장에서 $U_1 \cup U_2$에서 적절한 수열들을 선택함으로써 LCZ 수열 집합을 설계할 것이다.

Ⅲ. 준 최적 이진 LCZ 수열 집합의 생성

이 장에서는 $U_1 \cup U_2$에서 이진 수열을 생성하는 두 가지 방법을 제시할 것이다. 그 결과 나온 이진 LCZ 수열 집합은 다음의 한계를 기준으로 거의 최적에 가까운 집합을 이룬다.

정리 5. [Tang, Fan, 그리고 Matsufuji [11]] S가 파라미터 (N, M, L, ϵ)을 갖는 하나의 LCZ 수열 집합이라 하자. 그러면 다음 식이 성립한다.

$$ML-1 \le \frac{N-1}{1-\epsilon^2/N} \quad (9)$$

□

이 경우 $\epsilon = 2$이기 때문에 (9)은 다음과 같이 된다.

$$ML \le N+4+\frac{12}{N-4}$$

그리고 $n \ge 4$인 경우 다음 식이 성립한다.

$$M \le \left\lfloor \frac{N+4}{L} \right\rfloor \quad (10)$$

여기서 $\lfloor x \rfloor$는 x보다 작거나 같은 최대의 정수를 의미한다. $(N,M,L,2)$ LCZ 수열 집합이 (10)의 등식을 만족시킬 때 최적이라 부른다.

앞에서 sidelobe의 위치가 원점에 대해서 대칭인 것을 상기하라. 그래서 원점으로부터 sidelobe까지의 거리를 볼 때 최대 두 개의 서로 다른 거리가 존재한다. $L_{u,v}$가 $R_{u,v}(\tau)$에서의 원점으로부터 가장 가까운 sidelobe들의 거리를 나타낸다. 하자. 그러면 $L_{u,v}$는 다음의 보조정리에서처럼 결정될 수 있다.

보조정리 6. $s_u(t), s_v(t) \in U_1 \cup U_2$, $1 \le v \le u < 2^{n-1}$에 대해서 $L_{u,v}$는 다음과 같이 주어진다.

$$L_{u,v} = \begin{cases} \frac{N}{2} - u - v + 1, & \text{if } u-v \text{ is odd} \\ u-v, & \text{if } u-v \text{ is even and } u \ne v \\ 2u-1, & \text{if } u = v \end{cases} \quad (11)$$

증명) 0에서 $(0, u-v)$까지의 거리 d_1이 다음과 같이 주어진다.

$$d_1 = \begin{cases} u-v, & \text{if } u-v \text{ is even} \\ \frac{N}{2} - (u-v), & \text{if } u-v \text{ is odd} \end{cases}$$

마찬가지로 0에서 $(1, u+v-1)$까지의 거리 d_2는 다음과 같이 주어진다.

$$d_2 = \begin{cases} u+v-1, & \text{if } u-v \text{ is even} \\ \frac{N}{2} - (u+v-1), & \text{if } u-v \text{ is odd} \end{cases}$$

그래서 $L_{u,v}$는 d_1, d_2, 그리고 $2u-1$중 최소값이고 이것으로 보조정리가 증명되었다.

□

보조정리 6은 $U_1 \cup U_2$에서 선택한 수열 $s_u(t)$들의 집합의 LCZ는 $s_u(t)$가 U_1또는 U_2중 어디에서 선택된 것인가에는 상관없이 u값에만 의존한다는 것을 말해 준다. 그래서 우리가 이제 하려는 것은 index 집합 $I \subset \{1,2,\cdots,2^{n-1}-1\}$을 선택해서 다음과 같은 수열의 집합

$$W_I = \{s_u(t) \in U_1 \mid u \in I\} \cup \{s_u(t) \in U_2 \mid u \in I\}$$

을 생성하는 것이고 그 결과 좋은 LCZ 수열 집합을 만들어 내는 것이다.

보조정리 6은 집합 W_I의 LCZ가, $|u-v|$가 홀수인 경우 $2^n-(u+v)$, $|u-v|$가 영이 아닌 짝수인 경우 $|u-v|$, 그리고 $u=v$인 경우 $2u-1$, 이렇게 세 가지 값 중 최소값이 된다는 것을 말해 준다. 그래서 주어진 파라미터 L을 유지하기 위해서, 집합 W_I의 LCZ는 다음과 같은 조건을 만족시켜야 한다.

i) I에서의 index들은 $\frac{L+1}{2}$보다 크거나 같아야 한다.
ii) 두 개의 index들의 합은 그 차이가 짝수가 아니라면 2^n-L보다 작거나 같아야 한다.
iii) 그 차이는 L보다 작은 짝수가 돼서는 안 된다.

동시에 주어진 L에 대해서 I의 크기가 가능하면 크게 만들어야 한다. 이러한 제약조건들로부터 상당히 복잡한 최적화 설계문제를 만들 수 있다. 이 문제에 대한 해는 매우 복잡할 것이지만, 앞서 말한 제약조건들은 index 집합 I가 홀수의 공차를 갖는 등차수열을 형성하도록 하는 방안을 암묵적으로 제시해 준다.

생성 1. 홀수인 정수 f와 음이 아닌 정수 $f_0 < f$를 선택하자. 그런 후에 index 집합 I를 다음과 같이 만들자.

$$I = \left\{ f_0 + mf \mid m = 1,2,\cdots, \left\lfloor \frac{2^{n-1}-f_0}{f} \right\rfloor \right\}$$

□

그러면 생성 1에서의 W_I의 집합의 크기 M과 LCZ L이 다음 정리에서처럼 주어지는 것은 쉽게 알 수 있다.

정리 7. q와 r이 각각 2^{n-1}의 f로 나누었을 때의 몫과 나머지라 하자. 즉, $2^{n-1}=qf+r$이다. 그러면 생성 1에서의 W_I는 파라미터 $(2^{n+1}-2, M, L, 2)$를 갖는 이진 LCZ 수열 집합이 되고 M과 L은 다음과 같이 주어진다.

$$M=2q$$

그리고 만일 $f_0=0$이면

$$L=\begin{cases} f+2r, \text{ for } f\geq 2r+1 \\ 2f-1, \text{ for } f<2r+1 \end{cases} \tag{12}$$

그리고 만일 $f_0\neq 0$이면

$$L=\begin{cases} f+2r-2f_0, & \text{for } f\geq 2r-2f_0 \\ 2f, & \text{for } f<2r-2f_0 \end{cases} \tag{13}$$

증명) 보조정리 6과 f가 홀수라는 사실로부터 L은 $2f$, $2f+2f_0-1$, 그리고 $2^n-(u+v)$ 중 가장 작은 값이 된다. 여기서 u와 v는 I에서 가장 큰 값과 두 번째로 큰 값을 의미한다. $u+v=2qf-f+2f_0$이기 때문에 $2^n-(u+v)=f+2r-2f_0$가 된다. 그래서 다음 식이 성립한다.

$$L=\min\{2f, 2f+2f_0-1, f+2r-2f_0\} \tag{14}$$

(14)으로부터 (12)와 (13)를 얻을 수 있다.

□

만일 f가 짝수면 보조정리 6으로부터 집합 W_I의 LCZ는 다음과 같이 된다.

$$L=\min_{u,v\in I, u\neq v}(u-v)=f$$

그러나 만일 f가 홀수이면 정리 7로부터 LCZ는 f보다는 크게 되고 이것이 바로 우리가 공차 f를 홀수로 한 이유이다. 이제 우리는 다음의 따름정리를 쉽게 얻을 수 있다.

따름정리 8. 생성 1에서의 집합의 크기와 LCZ는 (15)와 같이 주어진다.

□

생성 1을 통해 생성된 집합의 최적화 정도는 따름정리 8을 통해서 쉽게 계산해 볼 수 있다. (15)에서의 결과를 (10)에서의 한계와 비교해 봄으로써 (15)에서의 처음 세 개의 부등식은 최적이 될 수 없음을 쉽게 볼 수 있다. 그러나 대부분의 집합은 거의 최적에 가까운 값을 갖게 된다. 생성 1이 최적의 집합을 생성하지 못하였기 때문에 자연히 우리는 또 다른 생성 방식을 찾아보았다. 그 결과 I에서의 인접한 index들 사이의 차이가 $f+2$ 또는 f 이렇게 두 개의 서로 다른 값을 갖도록 하는 다음의 생성 방식을 찾았다.

생성 2. U_1과 U_2 모두에서 선택된 수열 $s_u(t)$의 index u는 인접한 index들 간의 차이가 번갈아 가면서 f와 $f+2$가 되는 $f+2-f_0$로부터 시작하는 하나의 수열을 이루도록 선택한다. 즉,

$$I=\{u_j \mid j=0,1,2,\cdots,J,\ u_0=f+2-f_0,\ u_{2k+1}-u_{2k}=f,\ u_{2k+2}-u_{2k+1}=f+2\}$$

여기서 J는 $u_J<2^{n-1}$을 만족하는 최대의 정수이고, f_0는 0또는 1이고 f는 홀수인 정수이다.

□

집합의 크기 M과 LCZ L은 다음 정리에서처럼 주어진다.

정리 9. q와 r이 각각 $2(f+1)$로 나누었을 때의 몫과 나머지라 하자. 즉, $2^{n-1}-1=2q(f+1)+r$이다. 그러면 생성 2에서의 W_I는 파라미터 $(2^{n+1}-2, M, L, 2)$를 갖는 이진 LCZ 수열 집합이 된다. 여기서 M은 다음과 같이 주어진다.

$$M=\begin{cases} 4q, & \text{for } 0\leq r<f+2-f_0 \\ 4q+2, & \text{for } f+2-f_0\leq r<2f+2 \end{cases}$$

그리고 L은 (16)과 같이 주어진다.

증명) 보조정리 6과 f가 홀수라는 사실로부터 L은 $2f+2$, $2(f+2-f_0)-1$, 그리고 $2^n-(u+v)$ 중에서 가장 작은 값이 된다. 여기서 u와 v는 각각 I에서

$$ML=\begin{cases} N-M(f-2r)-4r+2, & \text{for } f\geq 2r+1 \text{ and } f_0=0 \\ N-M-4r+2, & \text{for } f<2r+1 \text{ and } f_0=0 \\ N-M(f-2r+2f_0)-4r+2, & \text{for } f\geq 2(r-f_0) \text{ and } f_0\neq 0 \\ N-4r+2, & \text{for } f<2(r-f_0) \text{ and } f_0\neq 0 \end{cases} \tag{15}$$

가장 큰 원소와 그 다음으로 큰 원소이다.

만일 $0 \le r < f+2-f_0$이면 $|I| = 2q$ 이고 $u+v = 4q(f+1) - f - 2f_0$이다. 그래서 $2^n - (u+v) = f+2+2r+2f_0$이다. 따라서 다음 식이 성립한다.

$$L = \min\{2f+2, 2f+3-2f_0, f+2+2r+2f_0\} \quad (17)$$

만일 $f+2-f_0 \le r < 2f+2$이면 $|I| = 2q+1$이고 $u+v = 4q(f+1) + f + 2 - 2f_0$이다. 그래서 $2^n - (u+v) = 2r - f + 2f_0$이다. 따라서 다음 식이 성립한다.

$$L = \min\{2f+2, 2f+3-2f_0, 2r+2f_0\} \quad (18)$$

(18)로부터 (16)과 (17)을 얻을 수 있다.

□

이제 우리는 다음의 따름정리를 쉽게 얻을 수 있다.

따름정리 10. 생성 2에서의 M과 L의 곱은 (19)와 같이 주어진다.

□

여기서 생성 1과 생성 2는 같은 주기 내에서도 서로 다른 M과 L을 갖는 수열 집합을 만들어 낼 수 있다. 또한 따름정리 8과 따름정리 10은 LCZ 수열 집합을 생성할 때의 유연성과 집합의 크기와 집합의 LCZ 사이의 상충 관계를 보여준다. 이러한 설계 방식은 LCZ 수열 집합을 설계할 때 상당한 유연성을 제공해 줄 수 있는데다가 많은 경우 최적에 가까운 집합을 만들어 내기 때문에 유용한 방식이다.

Ⅳ. 결 론

이 논문에서는 파라미터 $(2^{n+1}-2, M, L, 2)$를 갖는 새로운 낮은 상관 구역 설계 방식을 제안하였다. 기존의 LCZ 수열의 생성 방법에서는 낮은 상관 구역의 길이가 고정되어 있었지만, 이 논문에서 제시한 생성방법을 사용하면 비교적 자유롭게 낮은 상관 구간의 길이를 선택할 수 있으면서도 동시에 거의 최적에 가까운 수열군의 크기를 얻을 수 있다. 이러한 특징은 LCZ 수열을 사용하는 QS-CDMA 시스템의 설계에 상당량의 유연성을 제공해 줄 수가 있다.

참 고 문 헌

〔1〕 P. V. Kumar and C.-M. Liu, "On lower bounds to the maximum correlation of complex roots-of unity sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 36, no. 3, pp. 633-640, May 1990.

〔2〕 R. De Gaudenzi, C. Elia, and R. Viola, "Bandlimited quasi-synchronous communication systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 10, no. 2, pp. 328-343, Feb. 1992.

〔3〕 B. Long, P. Zhang, and J. Hu, "A generalized QS-CDMA system and the design of new spreading codes," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, nol. 47, no. 6, pp. 1268-1275, Nov. 1998.

〔4〕 X. H. Tang and P. Z. Fan, "A class of pseudonoise sequences over *GF*(*p*) with low correlation zone," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 4, pp. 1644-1649, May 2001.

〔5〕 S.-H. Kim, J.-W. Jang, J.-S. No, and H. Chung,

$$L = \begin{cases} 2r+f+2+2f_0, & \text{for } 0 \le r < \frac{f-3f_0}{2} \\ 2f+2-f_0, & \text{for } \frac{f-3f_0}{2} \le r < f+2-f_0 \text{ and } \frac{3f+2-3f_0}{2} \le r < 2f+2 \\ 2r-f+2f_0, & \text{for } f+2-f_0 \le r < \frac{3f+2-3f_0}{2} \end{cases} \quad (16)$$

$$ML = \begin{cases} N - M(f-2r-2f_0) - 4r - 2, & \text{for } 0 \le r < \frac{f-3f_0}{2} \\ N - Mf_0 - 4r - 2, & \text{for } \frac{f-3f_0}{2} \le r < f+2-f_0 \\ N - M(3f-2r-2f_0+2) - 4(r-f) + 2 & \text{for } f+2-f_0 \le r < \frac{3f+2-3f_0}{2} \\ N - Mf_0 + 2 - 4(r-f), & \text{for } \frac{3f+2-3f_0}{2} \le r < 2f+2 \end{cases} \quad (19)$$

"New constructions of quaternary low correlation zone sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 4, pp. 1469-1477, Apr. 2005.
〔6〕 J.-W. Jang, J.-S. No, H. Chung, and X. Tang, "New sets of optimal *p*-ary low correlation zone sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory*, to be published.
〔7〕 J.-W. Jang, J.-S. No, and H. Chung, "A new construction of optimal p^2-ary low correlation zone sequences using unified sequences," *IEICE Trans. Fundamentals*, to be published in Nov. 2006.
〔8〕 J.-S. No, "*p*-ary unified sequences: *p*-ary extended *d*-form sequences with ideal autocorrelation property," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 48, no. 9, pp. 2540-2546, Sep. 2002.
〔9〕 P. Z. Fan, N. Suehiro, N. Kuroyanagi and X. M. Deng, "Class of binary sequences with zero correlation zone," *IEE Electron. Lett.*, vol. 35, no. 10, pp. 777-779, May 1999.
〔10〕 H. Torii, M. Nakamura, and N. Suehiro, "A new class of zero-correlation zone sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 3, pp. 559-565, Mar. 2004.
〔11〕 X. H. Tang, P. Z. Fan, and S. Matsufuji, "Lower bounds on correlation of spreading sequence set with low or zero correlation zone," *IEE Electron. Lett.*, vol. 36, no. 6, pp. 551-552, Mar. 2000.

김 영 식 (Young-Sik Kim) 준회원

2001년 2월 : 서울대학교 전기공학부 공학사
2003년 2월 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 석사
2007년 2월 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 박사
2007년 3월 : 삼성전자
<관심분야> 시퀀스, 오류정정부호, 디지털통신

장 지 웅 (Ji-Woong Jang) 준회원

2000년 2월 : 서울대학교 전기공학부 공학사
2002년 2월 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 석사
2006년 2월 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 박사
2006년 3월~현재 : 삼성전자
<관심분야> 시퀀스, 오류정정부호, 디지털통신

노 종 선 (Jong-Seon No) 종신회원

1981년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학사
1981년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학사
1984년 2월 : 서울대학교 대학원 전자공학과 석사
1988년 5월 : University of Southern California, 전기공학과 공학박사
1988년 2월~1990년 7월 : Hughes Network Systems, Senior MTS
1990년 9월~1999년 7월 : 건국대학교 전자공학과 부교수
1999년 8월~현재 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 교수
<관심분야> 시퀀스, 시공간부호, LDPC 부호, OFDM, 이동통신, 암호학

정 하 봉 (Ha-Bong Chung) 종신회원

1981년 2월 : 서울대학교 전자공학과 졸업 공학학사
1985년 : 미국 University of Southern California, 전기공학과 공학석사
1988년 : 미국 University of Southern California, 전기공학과 공학박사
1988년~1991년 : 미국 뉴욕주립대 전기공학과 조교수
1991년~현재 : 홍익대학교 전자전기공학부 교수
<관심분야> 부호 이론, 조합수학, 시퀀스 설계